



Mesin Lenoir Kuantum Sistem 5 Fermion dalam Kotak 1D

Lara Sukmawati, Eny Latifah*, Hari Wisodo

Universitas Negeri Malang, Jl. Semarang No. 5 Malang, Jawa Timur, Indonesia

Corresponding author, email: eny.latifah.fmipa@um.ac.id

Paper received: 3-4-2023; accepted: 15-4-2023; published: 30-4-2023

Abstrak

Mesin 3 tahap Lenoir berhasil dikomersilkan oleh Étienne Lenoir. Sayangnya mesin ini memiliki efisiensi rendah, seperti halnya mesin klasik yang lain. Dengan demikian diperlukan eksplorasi implementasi sistem kuantum, mengingat implementasi kuantum berhasil meningkatkan efisiensi mesin non-Carnot. Penelitian ini mengimplementasikan prinsip mekanika kuantum dalam membangun mesin panas sedemikian hingga menghasilkan mesin panas kuantum. Sistem mesin panas yang dipilih pada penelitian ini adalah sistem 5 fermion yang terjebak dalam kotak 1D dengan salah satu batas dinding potensial dapat bergerak bebas seperti piston pada termodinamika klasik. Metode penelitian yang diaplikasikan adalah metode analitik teoritik dengan menerapkan model analogi termodifikasi. Model analogi adalah penerapan analogi kuantum terhadap sistem dan proses mesin panas klasik. Sistem 5 fermion dideskripsikan dengan persamaan Schrodinger. Fermion tidak diijinkan memiliki himpunan bilangan kuantum yang sama atau dua / lebih dan fermion tidak boleh mencapai satu keadaan yang sama, sehingga fungsi gelombangnya bersifat antisimetri. Sistem mesin Lenoir lima fermion memiliki dua keadaan terendah. Keadaan fermion sebagai solusi persamaan Schrodinger memberikan informasi nilai-eigen energi sistem dan probabilitasnya di tiap tingkat keadaan yang menentukan nilai harap Hamiltonian, analogi energi panas dan usaha. Selanjutnya perubahan kuantitas energi ini menjalani proses isokorik, ekspansi adiabatik, dan kompresi isobarik kuantum. Setelah menjalani satu siklus, sistem ini berhasil dikalkulasi dan nilai efisiensi yang dihasilkan masih rendah. Dengan demikian perlu dilakukan penelitian lebih lanjut dengan mempertimbangkan komposisi probabilitas tiap keadaan.

Kata kunci: Mesin Lenoir Kuantum, partikel lima fermion, proses termodinamika

1. Introduction

Perkembangan teknologi memacu untuk memanfaatkan energi demi kemaslahatan bersama. Sebagaimana alam telah menunjukkan bagaimana kerja dapat diubah menjadi kalor dan manusia dapat menunjukkan bahwa kalor dapat diubah menjadi usaha dengan sebuah mesin panas (Latifah & Purwanto, 2011) (Bender et al., 2001a). Sebagian kalor masih terbuang secara percuma ketika mesin panas bekerja dalam siklus. Kelvin-Planck mengungkapkan bahwa tidak mungkin mengubah seluruh kalor yang masuk ke sistem menjadi usaha yang memiliki efisiensi 100% (Capek, Vladislav, Sheehan, 2005). Terdapat beberapa efisiensi mesin panas yang masih rendah (Quan, 2005)(Latifah, 2016a)(Quan & Liu, 2007). Teori kuantum digunakan untuk menjadi solusi terbaik dalam meningkatkan tingkat efisiensi (Latifah & Purwanto, 2011)(Latifah, 2016a). Prinsip mekanika kuantum dapat meninjau mesin panas yang selanjutnya disebut dengan mesin panas kuantum (Kieu, 2006). Mesin panas kuantum dapat mengimplementasikan sistem partikel yang terjebak dalam kotak dengan salah satu batas dinding potensial dapat bergerak bebas sebagai analogi piston pada termodinamika klasik.

Upaya meningkatkan kinerja telah dilakukan dengan mengeksplorasi substansi kerja mesin panas, seperti partikel non-relativistik (Chand & Biswas, 2017, 2017; Latifah, 2016b) (Bender et al., 2001b), ion tunggal (Chand & Biswas, 2017), multiferroik (Toklikishvili et al., 2018) (Azimi et al., 2014), foton (Hofer & Clerk, 2018), dan fermion (Mu, 2018)(Purwanto et al., 2016)(Pe et al., n.d.). Seperti penelitian yang akan dilakukan saat ini yaitu mesin Lenoir dengan sistem 5 fermion.

Mesin Lenoir adalah mesin pembakaran internal yang pertama kali dikomersilkan oleh Étienne Lenoir pada tahun 1860. Mesin ini menjadi cikal bakal mesin panas lainnya seperti mesin Carnot (Quan et al., 2003)(Denzler & Lutz, 1824)(Zubairy & Agarwal, 2018), mesin Otto, mesin Brayton, mesin Diesel. Mesin Lenoir memiliki 3 tahap termodinamika yaitu ekspansi isokorik, adiabatik, dan kompresi isobaric.

Pada kenyataannya realitas fisis mengandung banyak partikel. Dengan demikian urgen dilakukan penelitian mesin Lenoir dengan sistem banyak partikel. Penelitian ini mengeksplorasi lima fermion dalam kotak 1D. Proses termodinamis dan perubahan kuantitasnya dibangun dengan menerapkan model analogi dengan mempertimbangkan mekanika statistiknya sedemikian hingga disebut model analogi termodifikasi.

2. Method

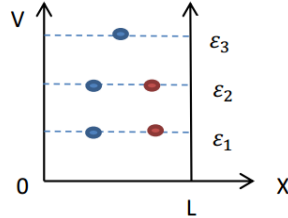
Metode penelitian untuk membangun mesin Lenoir Kuantum adalah metode analitis matematis. Model matematis sistem lima fermion dalam kotak satu dimensi dibangun berdasar persamaan Schrodinger dan pemenuhan postulat mekanika kuantumnya. Model yang diimplementasikan untuk membangun proses termodinamis di dasarkan pada pengembangan model analogi (Bender et al., 2001a) yang dimodifikasi dengan mempertimbangkan keterpenuhan hukum pertama termodinamika (Latifah, 2016a).

A. Model Sistem 5 Fermion dalam Kotak 1 D

Metode sistem yang digunakan kali ini yaitu metode analitik, dengan gambaran fisis melibatkan sistem dan mekanisme proses secara matematis bersesuaian dengan keadaan tersebut. Keadaan yang diimplementasikan adalah model analogi terdekat dari sistem klasik (awal) dengan sistem mekanika kuantum. Dalam hal ini sistem 5 fermion dalam kotak 1D dengan salah satu dinding yang dapat bergerak berekspansi dan berkompresi analog dengan sistem *working substance* dalam silinder berpiston. Untuk meninjau proses yang merupakan perubahan kuantitas termodinamis dilakukan dengan

mengimplementasikan hukum pertama termodinamika bagi sistem kuantum tersebut. Model ini disebut sebagai model analogi termodifikasi.

Diambil kasus dalam kotak potensial sistem bernilai tak berhingga ($V = \infty$) di $x \leq 0$ dan $x \geq L$, dan bernilai nol ($V = 0$) di $0 < x < L$. Ekspansi dan kompresi sistem klasik dianalogikan dengan penyempitan dan pelebaran dari lebar kotak potensial L .



Gambar 1. Sistem 5 fermion dalam kotak 1D

Fermion memenuhi prinsip larangan Pauli. Berdasarkan prinsip tersebut, tidak ada fermion yang boleh memiliki sekumpulan bilangan kuantum yang sama atau dua / lebih dan fermion tidak boleh mencapai satu keadaan yang sama [33]. Dengan demikian 5 fermion dalam kotak 1D memiliki keadaan terendah sesuai kedudukan yang dideskripsikan gambar 1.

Persamaan gerak satu partikel fermion yang terjebak dalam kotak potensial dideskripsikan oleh persamaan schrodinger tak bergantung waktu

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = Eu \tag{1}$$

Solusi umum dari persamaan (1) adalah

$$u_n = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \tag{2}$$

Bentuk nilai eigennya yaitu

$$\epsilon_n = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2mL^2} \tag{3}$$

Keadaan sistem satu dimensi dijelaskan dalam fungsi gelombang $u(x)$, dapat diperluas dalam istilah himpunan fungsi eigen $\{u_n = u_n(x)\}$,

$$u(x) = \sum_n a_n u_n(x) \tag{4}$$

a_n merupakan koefisien ekspansi. Jika status ψ dan ψ_n dinormalisasi, koefisien akan mengalami koreksi normalisasi

$$\sum_n |a_n|^2 = \sum_n P_n = 1 \tag{5}$$

Energi internal diwakili oleh nilai harap Hamiltonian. Nilai eigen energi E_n dalam pengukuran energi tertentu dan perubahan probabilitas tiap tingkat keadaan adalah P_n . Maka energi rata-rata atas pengukuran dalam kotak potensial diberikan oleh pernyataan

$$E = \langle \hat{H} \rangle = \sum_n |a_n|^2 \epsilon_n = \sum_n P_n E_n \tag{6}$$

Interpretasi dari kuadrat koefisien $|a_n|^2 = P_n$ yaitu probabilitas mengukur energi menemukan nilai E_n . Jadi energi sistem dalam kotak 1D adalah

$$E = \sum_n |a_n|^2 n^2 \frac{\pi^2 \hbar^2}{2nL^2} \quad (7)$$

Dengan mengasumsikan salah satu dinding, pada $x = L$ dibiarkan bergerak dalam jumlah yang sangat kecil dL maka fungsi gelombang $u(x)$, fungsi eigen $u_n(x)$ dan energi eigen ϵ_n semuanya dapat bervariasi secara tak terhingga sebagai fungsi dari L .

B. Model Proses Termodinamika dalam Kuantum

Model analogi kuantitas dalam termodinamika klasik berbeda dengan kuantitas dalam sistem kuantum. Seperti yang terlihat pada Tabel 1 berikut.

Tabel 1. Pendiskripsian Kuantitas dalam Sistem Kuantum yang Berkaitan dengan Kuantitas Sistem Termodinamika Klasik

No	Kuantitas dalam Termodinamika Klasik	Kuantitas dalam Sistem Kuantum
1.	Tekanan (P)	Gaya (F)
2.	Volume (V)	Lebar Kotak (L)
3.	Suhu (T)	$\frac{1}{k} \langle H \rangle = \frac{1}{k} E$
4.	Perubahan Energi Internal (dU)	Nilai Harap Hamiltonian $d\langle H \rangle = dE = d \sum P_n E_n$
5.	Perubahan Kalor (dQ)	Perubahan Probabilitas Keadaan $\sum E_n dP_n$
6.	Perubahan Usaha (dW)	Perubahan nilai Eigen $-\sum P_n dE_n$

Pengoperasian mesin yang dipatenkan oleh Jean Joseph Étienne Lenoir dianggap sebagai mesin pembakaran internal pertama yang diproduksi secara komersial. Mesin pemanas Lenoir beroperasi dengan proses isokorik, ekspansi adiabatik, dan kompresi isobarik. Proses isokorik secara klasik adalah penambahan volume konstan. Proses ekspansi adiabatik tidak melibatkan interaksi panas selama pemanasan isokorik dan ditolak sebagai usaha selama ekspansi adiabatik. Panas yang dihasilkan dibuang selama pendinginan isobarik yang menghabiskan sebagian usaha. Sistem bersentuhan dengan reservoir selama proses berlangsung, sehingga temperatur T tetap. Sistem bekerja dengan baik selama piston bergerak dalam prosesnya.

Termodinamika dan mekanika kuantum merupakan studi teori fisika. Termodinamika membahas tentang energi khususnya energi panas. Apabila temperatur sistem berubah maka tekanan dan volume dalam sistem juga akan berubah. Dalam sistem mekanika kuantum nilai hamiltonian pada kasus partikel yang terjebak dalam kotak satu dimensi merupakan energi kinetik saja. Nilai harap hamiltonian berperan

sebagai energi internal sistem. Terkait dengan parameter-parameter sistem termodinamika dapat dinyatakan dalam hukum pertama termodinamika

$$dU = \delta Q - \delta W \quad (8)$$

Hukum termodinamika pada persamaan (8) menyatakan bahwa energi yang diterima dalam dU digunakan untuk menaikkan panas dari sistem δQ dan melakukan kerja δW .

Hukum 1 termodinamika yang telah termodifikasi untuk sistem mekanika kuantum (Latifah & Purwanto, 2011)(Bender et al., 2018) yaitu

$$d\langle H \rangle = dE = \sum_{n=1}^N E_n dP_n + \sum_{n=1}^N P_n dE_n \quad (9)$$

Persamaan (9) memberi informasi bahwa terdapat dua cara perubahan energi sistem yang berbeda. Dimana suku pertama mewakili perubahan usaha dan probabilitas dP_n . Suku kedua menunjukkan perubahan tingkat energi dE_n . Hukum pertama dalam persamaan (9) bisa dituliskan sebagai

$$dE = \sum_n P_n dE_n \quad (10)$$

Didalam termodinamika klasik. Gas sebagai bahan aktif mendorong piston dengan tekanan P . Didalam kotak potensial, dinding kotak L dianggap dapat bergerak dan gerak partikel akan mendorong dinding dengan gaya F yang menyebabkan penurunan energi partikel

$$F = - \sum_n P_n \frac{d\varepsilon_n}{dL} \quad (11)$$

➤ Proses Isokorik

Dalam proses isokorik suhu T dan tekanan P berubah. Volume konstan menandakan tidak ada usaha selama proses berjalan. Probabilitas usaha bervariasi selama proses isokorik oleh panas yang diserap atau dilepaskan. Sistem berubah pada volume konstan, sehingga tidak ada usaha yang dilakukan oleh atau ke dalam sistem. Kalor masukan semuanya akan digunakan untuk menaikkan energi sistem, sehingga hukum pertama termodinamika dinyatakan sebagai

$$\delta Q = dE \quad (12)$$

Dapat diartikan bahwa dalam sistem terdapat energi internal naik bersama dengan panas kalor.

➤ Proses Ekspansi Adiabatik

Ekspansi adiabatik bebas dari suatu gas ideal, gas diletakkan dalam suatu tabung terisolasi dan mengembang dalam vakum. Karena tidak ada tekanan luar untuk gas, maka kerja yang dilakukan oleh atau ke sistem adalah nol. Karena tidak ada perubahan panas atau kerja, maka menurut hukum pertama termodinamika, perubahan energi dalam adalah nol.

$$dU + \delta W = \delta Q = 0 \quad (13)$$

Kerja yang dilakukan oleh perubahan tekanan-volume sebagai hasil proses sama dengan

$$W = \int_{L_1}^{L_2} F dL \quad (14)$$

Untuk gas ideal, temperatur tetap konstan karena energi dalam hanya bergantung pada temperatur untuk proses ini. Pada temperatur konstan, entropi berbanding lurus dengan volume, sehingga entropi akan naik. Maka proses ini tergolong irreversible.

➤ Proses Kompresi Isobarik

Proses transfer energi terjadi dalam sistem tertutup pada tekanan konstan, dikatakan sebagai proses isobarik. Hukum pertama termodinamika dinyatakan dalam persamaan (9) $d\langle H \rangle = \sum_n \varepsilon_n dP_n + \sum_n P_n d\varepsilon_n$. Jumlah masukan kalor dapat diprediksi dengan

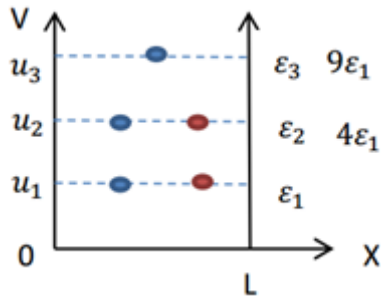
$$\bar{d}Q = dE + \bar{d}W \tag{15}$$

digunakan untuk mengubah energi internal dan melakukan usaha dibawah gaya konstan. Menurut sistem satu dimensi, jumlah tekanan dimainkan oleh gaya, sehingga gaya tetap konstan sepanjang proses muai atau kompresi isobarik

$$F = -\sum_n P_n \frac{d\varepsilon_n}{dL} = Constant \tag{16}$$

3. Results and Discussion

Penelitian mesin Lenoir menggunakan sistem 5 elektron dalam kotak 1D, terdapat dua keadaan dan dua tingkat energi. Hal ini dipengaruhi oleh keadaan yang dimiliki sistem dari superposisi ψ_n dan energi yang bergantung pada komposisi ψ_n .



Gambar 2. Keadaan dasar sistem 5 fermion

Dari gambar yang ditunjukkan oleh gambar 2 dapat diperoleh keadaan dasar ψ_1

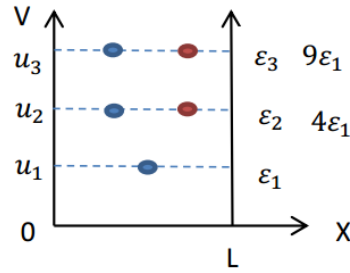
$$\psi_1 = u_{11}(x_1)u_{12}(x_2)u_{23}(x_3)u_{24}(x_4)u_{35}(x_5) = \prod u_{mi} \tag{17}$$

Dimana m merupakan energi untuk tiap partikel dan i adalah partikel yang terletak dalam kotak. Maka energi keadaan dasar E_1

$$E_1 = 2\varepsilon_1 + 2\varepsilon_2 + \varepsilon_3 \tag{18}$$

Kita tahu bahwa $\varepsilon_1 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2}$ maka diperoleh nilai energi sebesar

$$E_1 = \frac{19\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} \tag{19}$$



Gambar 3. Keadaan tereksitasi sistem 5 fermion

Keadaan tereksitasi ψ_2 seperti yang ditunjukkan oleh gambar 3 didapatkan sebagai

$$\psi_1 = u_{11}(x_1)u_{22}(x_2)u_{23}(x_3)u_{34}(x_4)u_{35}(x_5) \quad (20)$$

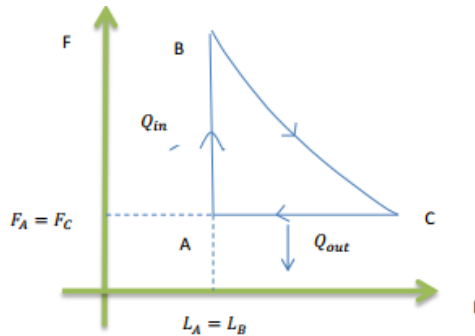
Kemudian keadaan sistem tereksitasi nilai energi E_2 yaitu

$$E_2 = 1\varepsilon_1 + 2\varepsilon_2 + 2\varepsilon_3$$

Diperoleh nilai energi tereksitasi sebesar

$$E_2 = \frac{27\pi^2\hbar^2}{2mL^2} \quad (21)$$

Siklus mesin panas Lenoir terdiri dari 3 tahap yaitu seperti terlihat dalam gambar 4. Proses A-B merupakan penambahan panas volume konstan (isokorik), proses B-C yaitu proses yang berlangsung tanpa disertai perubahan entropi (ekspansi adiabatik), dan proses C-A penolakan panas tekanan konstan (isobarik).



Gambar 4. Siklus Mesin Lenoir

1. Proses Isokorik (A-B)

Pada proses ini, sistem mengalami isokorik terdapat Q_{in} aliran kalor masuk. Ketika ada aliran kalor masuk, masing-masing $|a_1|^2$ dan $|a_2|^2$ bisa berubah. Meskipun awalnya total $|a_1|^2 = 1$. Tetapi sepanjang proses diberi aliran kalor. Dimana $dQ = \sum E_n dP_n$, yang mana n adalah 1 dan 2. Karena kalor tidak bernilai nol, berarti perubahan probabilitas tingkat energi yaitu

$$E_{AB} = (27 - 8|a_1|^2) \frac{\pi^2\hbar^2}{2mL^2} \quad (22)$$

Diperoleh gaya adalah

$$F_{AB} = (27 - 8|a_1|^2) \frac{\pi^2\hbar^2}{mL^3} \quad (23)$$

Karena sepanjang proses dari A ke B lebar kotak adalah konstan $dL = 0$ maka

$$W_{AB} = 0 \quad (24)$$

Pada proses ini, hukum 1 termodinamika berlaku

$$dU = dQ \quad (25)$$

Sehingga diperoleh kalor masuk yaitu

$$Q_{in} = \frac{8\pi^2\hbar^2}{2mL^2} \quad (26)$$

2. Proses Ekspansi Adiabatik (B-C)

Pada proses ini adalah ekspansi adiabatik $L_B \rightarrow L_C$. Jika ekspansi adiabatik diasumsikan maksimum, keadaan akhir ekspansi adiabatik seluruhnya menempati tingkat energi tertinggi. Keadaan akhir ekspansi adiabatik ini menjadi keadaan awal ekspansi adiabatik yang menjamin probabilitas kedudukannya konstan,

$$\psi_{BC} = a_2\psi_2(L) \quad (27)$$

Kondisi ini terpenuhi mengingat sistem tidak mengalami perubahan entropi selama proses adiabatik. Probabilitas kedudukan yang bernilai konstan sepanjang proses adiabatik merupakan ekspansi tidak terjadinya transisi antar level energi. Bersesuaian dengan keadaannya, energi sistem memenuhi relasi

$$E_{BC} = \frac{27\pi^2\hbar^2}{2mL^2} \quad (28)$$

Sistem melakukan gaya tekanan terhadap dinding memenuhi relasi

$$F_{BC} = \frac{27\pi^2\hbar^2}{mL^3} \quad (29)$$

Diperoleh usaha

$$W_{BC} = \frac{27\pi^2\hbar^2}{2mL_A^2} \left(1 - \frac{1}{\alpha^2}\right) \quad (30)$$

3. Proses Kompresi Isobarik (C-A)

Tahap ketiga adalah proses isobarik $L_C \rightarrow L_A$, sistem kembali pada keadaan dan lebar sebagaimana awal siklus. Selama proses sistem dalam keadaan dasar, perubahan keadaan dan energi terjadi semata karena penempatan lebar sistem. Nilai energi dan gaya adalah sama seperti persamaan (22) dan persamaan (23). Usaha yang terjadi selama proses kompresi adiabatik dinyatakan dengan

$$W_{CA} = \frac{27\pi^2\hbar^2}{2mL_A^2} \left(\frac{2}{\alpha^3} - \frac{2}{\alpha^2}\right) \quad (31)$$

Total usaha mekanik yang dilakukan dalam satu siklus direpresentasikan oleh daerah yang dilingkupi lintasan kurva pada diagram FL gambar 4. Diperoleh usaha total yaitu

$$W_{total} = W_{AB} + W_{BC} + W_{CA} \quad (32)$$

$$W_{total} = \frac{0,92\pi^2\hbar^2}{2mL_A^2}$$

Dengan demikian efisiensi mesin Lenoir sistem 5 elektron dalam kotak 1 D adalah

$$\eta = \frac{W_{total}}{Q_{in}} \times 100\% = \frac{\frac{0,92\pi^2 h^2}{2mL^2}}{\frac{8\pi^2 h^2}{2mL^2}} \times 100\% = 11\% \quad (33)$$

Diperoleh nilai efisiensi 11% termasuk efisiensi yang rendah.

4. Conclusion

Dari hasil dan pembahasan yang disajikan sebelumnya menyiratkan bahwa mesin Lenoir kuantum memiliki 2 keadaan pada saat sedang siklus berlangsung, yaitu keadaan dasar dan keadaan tereksitasi. Sistem 5 fermion dalam kotak 1D energi menjadi minimum pada saat keadaan dasar dan maksimum pada keadaan tereksitasi. Saat siklus berlangsung terdapat kalor yang masuk namun tidak ada usaha yang dihasilkan dan gaya mengalami perubahan pada proses isokorik. Sedangkan pada proses ekspansi adiabatik gaya mengalami penurunan, namun gaya mengalami konstan dan kembali pada keadaan semula pada proses isobarik. Nilai rasio antara usaha yang dilakukan sistem dengan kalor yang mengalir dalam siklus atau efisiensi didapatkan 11%. Hasil tersebut tergolong nilai efisiensi yang rendah. Hal ini kemungkinan disebabkan oleh probabilitas tiap keadaan diantaranya yaitu banyaknya partikel yang digunakan dalam sistem, kotak dimensi, jenis partikel, dan proses termodinamika dalam mesin panas kuantum. Berdasarkan penelitian yang dilakukan, penulis mendapatkan efisiensi rendah. Hal ini sangat disarankan kepada peneliti selanjutnya untuk melakukan studi mesin Lenoir ini dengan jumlah sistem fermion yang lain atau jenis sistem yang berbeda. Diharapkan menghitung dengan teliti supaya mendapat nilai efisiensi yang sempurna.

References

- Azimi, M., Chotorlishvili, L., Mishra, S. K., Vekua, T., Hübner, W., & Berakdar, J. (2014). *Quantum Otto heat engine based on a multiferroic chain working substance* *Quantum Otto heat engine based on a multiferroic chain working substance*.
- Bender, C. M., Brody, D. C., & Meister, B. K. (2018). *Quantum-Mechanical Carnot Engine*. 1–10.
- Bender, C. M., Brody, D., & Meister, B. K. (2001a). *Entropy and Temperature of a Quantum Carnot Engine*. *January*. <https://doi.org/10.1098/rspa.2001.0928>
- Bender, C. M., Brody, D., & Meister, B. K. (2001b). *Entropy and Temperature of a Quantum Carnot Engine* (Issue January).
- Capek, Vladislav, Sheehan, D. P. (2005). *Challenges to the Second Law of Thermodynamics Fundamental Theories of Physics*.
- Chand, S., & Biswas, A. (2017). *Epl draft Single-ion quantum Otto engine with always-on bath interaction*.
- Denzler, T., & Lutz, E. (1824). *Power fluctuations in a finite-time quantum Carnot engine* (Issue 1, pp. 1-8).
- Kieu, T. D. (2006). Quantum heat engines, the second law and Maxwell's daemon. *Eur. Phys. J*, 39(1), 115-128.
- Latifah, E. (2016a). *Quantum Heat Engines; Multiple-State 1D Box System*. *August*. <https://doi.org/10.4236/jmp.2013.48146>
- Latifah, E. (2016b). *Quantum Heat Engines; Multiple-State 1D Box System*.
- Latifah, E., & Purwanto, A. (2011). *Multiple-State Quantum Carnot Engine*. 2011(November), 1366–1372. <https://doi.org/10.4236/jmp.2011.211169>
- Mu, E. (2018). *Quantum Heat Engine in the relativistic limit: The case of a Dirac-particle* (pp. 1-11).
- Purwanto, A., Sukamto, H., Subagyo, B. A., & Taufiqi, M. (2016). *Two Scenarios on the Relativistic Quantum Heat Engine* (Issue July, pp. 1344-1353).
- Quan, H. T. (2005). *Quantum heat engine with multilevel quantum systems*. *March 2019*. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.72.056110>
- Quan, H. T., & Liu, Y. (2007). *Quantum Thermodynamic Cycles and quantum heat engines*. *July 2014*. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.76.031105>

- Toklikishvili, Z., Sch, M., & Berakdar, J. (2018). *Superadiabatic quantum heat engine with a multiferroic working medium* (pp. 1-13).
- Zubairy, M. S., & Agarwal, G. S. (2018). *Quantum Fuel with Multilevel Atomic Coherence for Ultrahigh Specific Work in a Photonic Carnot Engine* (pp. 1-15).