

Aplikasi persamaan diferensial orde pertama untuk memodelkan laju ingatan serta modifikasinya

Hanief Febry Ferdiansyah¹⁾ dan Tjang Daniel Chandra²⁾
Universitas Negeri Malang

E-mail: Haniefff@yahoo.com; tjangdanielchandra@yahoo.co.id

ABSTRAK: Tujuan dari tulisan ini adalah untuk memodelkan laju ingatan dengan menyertakan faktor kelalaian menggunakan persamaan diferensial orde pertama. Kemudian memodifikasi model dengan menambahkan faktor latihan untuk melihat bagaimana pengaruh latihan terhadap kemampuan mengingat seseorang. Seseorang yang memiliki kemampuan tinggi dalam mengingat dan memahami sesuatu maka dia memiliki konstanta retensi yang besar, dan dia hanya memerlukan sedikit latihan untuk bisa meningkatkan kemampuannya. Sedangkan seseorang yang memiliki kemampuan yang rendah dalam mengingat dan mempelajari sesuatu, dia memiliki konstanta retensi yang cenderung kecil dan memerlukan banyak latihan untuk meningkatkan konstanta retensinya. Semakin tinggi konstanta retensi yang dimiliki seseorang maka semakin banyak kata yang mampu dia hafal.

Kata kunci: Persamaan diferensial orde pertama, model, laju ingatan, latihan, konstanta retensi

ABSTRACT: The aim of this paper was to model rate of memoriation with by including forgetfulness using first order differential equation. Then modify the model by adding practice factor to see how the influence of practice on a person's ability to remember. Someone who has a high ability to remember and understand something then he has big constant of retention, and he just needs a bit of practice to be able to improve his ability. While someone who has a poor ability to remember and learn something, he has small constant of retention and requires a lot more practice to improve his constant of retention. More and more high constant of retention then more word can to be memorized.

Key Words: First order differential equation, model, rate of memorization, practise, constant of retention

Ingatan merupakan hal ajaib yang manusia miliki, bahkan manusia terhebat pun tidak bisa menciptakan tiruan ingatan seperti yang dimiliki manusia. Mengingat orang yang penting, kejadian yang membekas di hati, pengalaman menyenangkan bersama keluarga, kata, angka, benda, dan yang lainnya merupakan beberapa hal yang secara ajaib bisa diingat manusia tanpa diperintah untuk mengingatnya. Oleh karena pentingnya ingatan untuk manusia, maka sangat penting mengetahui ilmu-ilmu yang berkaitan dengan ingatan. Matematika pun ikut andil dalam mengkaji masalah ingatan ini, terutama aplikasi persamaan diferensial. Daya ingat yang berhubungan dengan matematika ialah tentang laju daya ingat manusia, laju yang diingat manusia diasumsikan adalah banyak ingatan yang tersisa (Zill, 2001).

1) Mahasiswa Program Studi Matematika Universitas Negeri Malang

2) Dosen Matematika Universitas Negeri Malang

Mengingat atau menghafal tanggal, bilangan dan angka merupakan hal yang paling sulit dari bentuk mengingat yang lain. Tapi semua setuju bahwa kemampuan mengingat dapat dikembangkan dengan latihan dan kemauan (Atkinson, 2009). Berlandaskan dari jurnal yang ditulis oleh Dontwi pada tahun 2013 yang berjudul “Modeling Memorization and Forgetfulness Using Diferensial Equation” dan sebuah presentasi dari Bao-Chau Do di halaman internetnya, maka dari itu dikembangkan sebuah model dengan tambahan faktor latihan dengan tujuan untuk mengetahui solusi model persamaan diferensial laju ingatan dengan faktor kelalaian dan latihan serta pengaruh latihan terhadap kemampuan ingatan.

Model awal

Model laju ingatan persamaan diferensial linier orde pertama dengan faktor kelalaian diberikan sebagai berikut:

$$\frac{dA}{dt} = k_1(M - A) - k_2A$$

dimana M adalah banyaknya hal yang akan diingat, $A(t)$ adalah banyaknya hal yang diingat dalam waktu t , $M - A(t)$ adalah banyaknya ingatan yang tersisa, k_1 adalah faktor yang mempengaruhi laju penyerapan sedangkan k_2 adalah faktor kelalaian dimana $k_1, k_2 > 0$.

Model ini didasarkan dari asumsi bahwa laju ingatan sebanding dengan banyaknya ingatan yang tersisa (Zill, 2001).

Model termodifikasi dan solusinya

Berdasarkan dari presentasi Bao-Chau Do di halaman internetnya diberikan model laju ingatan dengan tambahan faktor latihan sebagai berikut:

$$\frac{dA}{dt} = k_1(M - A) - k_2A + \frac{1}{\alpha n}$$

dengan α adalah konstanta pembelajaran dan n adalah banyaknya latihan. Kemudian dengan menggunakan faktor integrasi diperoleh solusi umum dari persamaan diferensial diatas sebagai berikut,

$$\frac{dA}{dt} = k_1(M - A) - k_2A + \frac{1}{\alpha n}$$

$$\frac{dA}{dt} = k_1 M - k_1 A - k_2 A + \frac{1}{\alpha n}$$

$$\frac{dA}{dt} = k_1 M - A(k_3) + \frac{1}{\alpha n}, \text{ dengan } k_3 = k_1 + k_2$$

$$\frac{dA}{dt} - A(k_3) = k_1 M + \frac{1}{\alpha n}$$

faktor integrasi

$$\mu = e^{\int k_3 dt} = e^{k_3 t}$$

$$\frac{d(Ae^{k_3 t})}{dt} = k_1 M e^{k_3 t} + \frac{e^{k_3 t}}{\alpha n}$$

$$\int \frac{d(Ae^{k_3 t})}{dt} = \int k_1 M e^{k_3 t} + \frac{e^{k_3 t}}{\alpha n}$$

$$Ae^{k_3 t} = \int k_1 M e^{k_3 t} + \int \frac{e^{k_3 t}}{\alpha n}$$

$$Ae^{k_3 t} = \frac{k_1}{k_3} M e^{k_3 t} + \frac{1}{k_3 \alpha n} e^{k_3 t} + k_4$$

$$A(t) = \frac{k_1}{k_3} M + \frac{1}{k_3 \alpha n} + k_4 e^{-k_3 t}$$

$$A(t) = aM + \frac{1}{c\alpha n} + b e^{-ct}$$

dengan $a = \frac{k_1}{k_3} > 0$, $b = k_4 > 0$, $c = k_1 + k_2 = k_3 > 0$

Sekarang menyelesaikan persamaan diferensial yang telah dimodifikasi dengan memasukkan nilai awal $A(t) = 0$ saat $t = 0$,

$$A(0) = aM + \frac{1}{c\alpha n} + b e^{-c(0)}$$

$$0 = aM + \frac{1}{c\alpha n} + b$$

$$b = -aM - \frac{1}{c\alpha n}$$

dengan substitusi b ke dalam solusi umum diperoleh

$$A(t) = aM + \frac{1}{c\alpha n} + \left(-aM - \frac{1}{c\alpha n}\right) e^{-ct}$$

$$= aM + \frac{1}{c\alpha n} - aM e^{-ct} - \frac{e^{-ct}}{c\alpha n}$$

$$= aM(1 - e^{-ct}) + \frac{1}{c\alpha n} (1 - e^{-ct})$$

$$= (aM + \frac{1}{c\alpha n})(1 - e^{-ct})$$

Analisis konstanta model termodifikasi

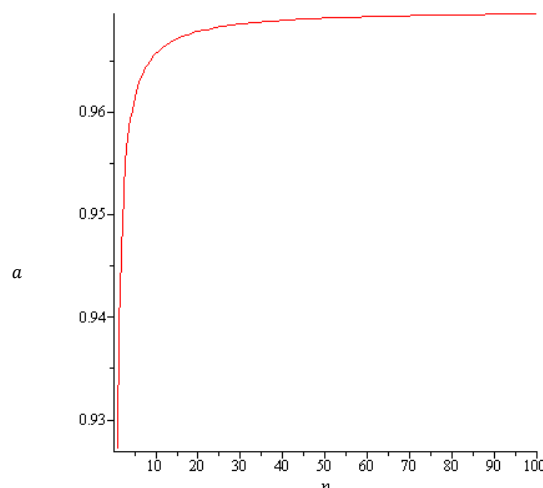
Dengan memisalkan $M = 450, A(5) = 100$ dan $A(10) = 177$ diperoleh nilai c sebagai berikut,

$$\begin{aligned} c &= -\frac{1}{t_1} \ln\left(\frac{A(t_2) - A(t_1)}{A(t_1)}\right) \\ &= -\frac{1}{5} \ln\left(\frac{177 - 100}{100}\right) \\ &= -\frac{1}{5} \ln\left(\frac{77}{100}\right) \\ &= 0.0523 \end{aligned}$$

Kemudian dengan memisalkan $\alpha = 1$, diperoleh nilai a sebagai berikut,

$$\begin{aligned} a &= \frac{A(t_1)^2}{M[2A(t_1) - A(t_2)]} - \frac{1}{Mca n} \\ &= \frac{100^2}{450[2(100) - 177]} - \frac{1}{450(0.0523)(1)(n)} \\ &= \frac{10000}{10350} - \frac{1}{23.4(n)} \\ &= 0.97 - \frac{1}{23.4(n)} \end{aligned}$$

Bila digambarkan dalam grafik a terhadap n sebagai berikut,



Gambar 1. Grafik konstanta retensi a terhadap banyak latihan n untuk $A(5) = 100$ dan $A(10) = 177$

Pada grafik diatas menunjukkan bahwa anak yang cerdas (dengan $A(5) = 100$, $A(10) = 177$) memiliki konstanta retensi yang tinggi yaitu sekitar 0.96. Dapat dilihat pada grafik walaupun kurang dari 20 kali latihan konstanta retensi nya sudah melebihi 0.9.

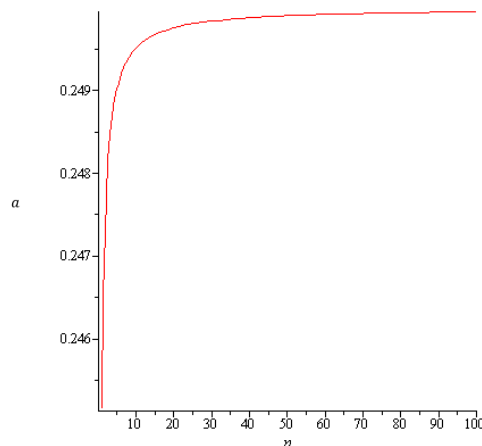
Selanjutnya dengan individu yang berbeda, misal $M = 450$, $A(5) = 100$ dan $A(10) = 110$ diperoleh nilai c sebagai berikut,

$$\begin{aligned} c &= -\frac{1}{t_1} \ln\left(\frac{A(t_2) - A(t_1)}{A(t_1)}\right) \\ &= -\frac{1}{5} \ln\left(\frac{110 - 100}{100}\right) \\ &= -\frac{1}{5} \ln\left(\frac{10}{100}\right) \\ &= 0.46 \end{aligned}$$

Kemudian dengan memisalkan $\alpha = 1$, diperoleh nilai a sebagai berikut,

$$\begin{aligned} a &= \frac{A(t_1)^2}{M[2A(t_1) - A(t_2)]} - \frac{1}{Mcn} \\ &= \frac{100^2}{450[2(100) - 110]} - \frac{1}{450(0.46)(1)(n)} \\ &= \frac{10000}{40500} - \frac{1}{207(n)} \\ &= 0.25 - \frac{1}{207(n)} \end{aligned}$$

Bila digambarkan grafik a terhadap n , sebagai berikut



Gambar 2. Grafik konstanta retensi a terhadap banyak latihan n untuk $A(5) = 100$ dan $A(10) = 110$

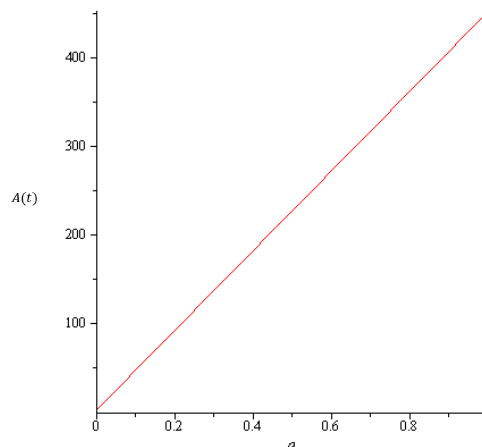
Pada grafik diatas menunjukkan anak yang tidak cerdas (dengan $A(5) = 100, A(10) = 110$), memiliki konstanta retensi yang rendah, seperti pada grafik di atas ketika anak tersebut melakukan latihan sebanyak 20 kali konstanta retensi nya hanya mencapai 0.25. Namun beriring dengan semakin banyak latihan maka konstanta retensinya akan semakin meningkat. Konstanta retensi berpengaruh besar terhadap besarnya $A(t)$ hal ini dapat dilihat dalam solusi laju ingatan termodifikasi dengan $t \rightarrow \infty$,

$$A(t) = \left(aM + \frac{1}{can} \right) (1 - e^{-ct})$$

$$A(\infty) = \left(aM + \frac{1}{can} \right) (1 - e^{-c(\infty)})$$

$$A(\infty) = \left(aM + \frac{1}{can} \right) (1)$$

semakin besar nilai a maka nilai $A(t)$ juga semakin besar. Sebagaimana dalam grafik $A(t)$ terhadap a ketika $t \rightarrow \infty$ sebagai berikut,



Gambar 3. Grafik $A(t)$ terhadap a ketika $t \rightarrow \infty$

PENUTUP

Kesimpulan

Anak yang memiliki kemampuan tinggi dalam mengingat dan memahami sesuatu maka dia memiliki konstanta retensi yang tinggi, dan dia hanya memerlukan sedikit latihan untuk bisa meningkatkan kemampuannya. Sedangkan anak yang memiliki kemampuan yang rendah dalam mengingat dan mempelajari sesuatu, dia memiliki konstanta retensi yang cenderung kecil dan memerlukan banyak latihan untuk meningkatkan konstanta retensinya. Semakin tinggi konstanta retensi yang dimiliki seseorang maka semakin banyak kata yang mampu dia hafal.

Dengan kata lain anak yang memiliki kemampuan tinggi dalam mengingat dan memahami sesuatu maka dia dapat mengingat banyak kata tanpa perlu memperbanyak latihan. Sedangkan anak yang berkemampuan rendah dalam mengingat dan memahami sesuatu maka dia perlu meningkatkan intensitas latihannya untuk menghafal kata lebih banyak.

Saran

Perlu adanya penelitian lanjutan untuk mengetahui nilai konstanta pembelajaran yang disimbolkan α sebagai pelengkap dari model yang telah dimodifikasi dengan tambahan faktor latihan.

DAFTAR RUJUKAN

- Zill, D. G. 2001. *A first course in differential equation with modeling applications* (10th ed.). s.l.:Richard Statton.
- Boyce, William E. dan DiPrima Richard C. 2009. *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems*. New York: John Wiley and Sons, Inc
- Bao-Chau Do. (<http://prezi.com/taq4noybefpm/rate-of-memorization-model/>), diakses pada 12 Maret 2014
- (<http://www.phy.davidson.edu/FacHome/dmb/PY200/memorize.htm/>), diakses pada 22 Maret 2014
- Blanchard, Paul. Devaney, Robert L. Hall, Glen. (2011). *Defferential Equations (fourth edition)*. Unites Dtates of America: Brooks/cole
- Nagle, R. Kent. Saff, Edward B. Snider, Arthur David Snider (2004). *Fundamental of Differential Equations (Eight Edition)*.
- Dontwi, I. K. dkk. 2013. *Modeling Memorization and Forgetfulness Using Differential Equation*. (Online), dalam Progress in Applied Mathematics. (<http://cscanada.net/index.php/pam/article/view/j.pam.1925252820130601.3421>), diakses pada Rabu, 5 Maret 2014
- Atkinson, W. W. 2009. *Memory: How to develop, train and use it*. Spring-field, MO: Yoge Books
- Klemm, W. R. 2007. *What good learning if you don't remember it?*. (online) dalam Journal of Effective Teaching. (http://www.uncw.edu/cte/et/articles/Vol7_1/Klemm.pdf), diakses pada 5 Maret 2014