

Analisis model matematika penyebaran virus ebola

Ari Juni Ratnaningsih¹
Toto Nusantara²

Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Malang
Email: arijuni15@yahoo.co.id, toto.nusantara.fmipa@um.ac.id

ABSTRAK: Ebola adalah jenis virus yang unik dari keluarga virus asam ribonukleat yang dikenal tidak memiliki reservoir alami. Masa inkubasi dari Ebola adalah 2-21 hari, dan periode infeksi adalah 4-10 hari. Dalam model wabah Ebola tahun 1976 di Yambuku, Zaire digunakan beberapa variabel, yaitu $N(t)$, $S(t)$, $E(t)$, $I(t)$, dan $R(t)$. Dalam hasil penelitian ini menunjukkan bahwa pada titik kesetimbangan bebas penyakit akan stabil jika nilai rasio reproduksinya kurang dari 1.

Kata Kunci: Persamaan Diferensial non Linier, Titik Kesetimbangan Model Matematika, Virus Ebola

ABSTRACT: Ebola virus is a unique type of ribonucleic acid virus family are known to have no natural reservoir. The incubation period is 2-21 days of Ebola, and the infection period is 4-10 days. In the model of Ebola outbreak in 1976 in Yambuku, Zaire used several variables, namely $N(t)$, $S(t)$, $E(t)$, $I(t)$, and $R(t)$. In the results of this study indicate that the disease-free equilibrium point will be stable if the value of the reproductive ratio is less than 1.

Keywords: Non Linier Differential Equation, Mathematical Model of Equilibrium Points, Ebola Virus

1. Pendahuluan

Serangan Virus Ebola dari masa ke masatelahterjadi di negara-negara Afrika, yaitu pada negara Afrika Tengah dan Barat. Virus Ebola pertama kali muncul pada tahun 1976 di Hemorrhagic, Zaire dan Sudan. Seorang pekerja toko di Nzara, Sudan, tiba-tiba sakit. Lima hari berselang, ia meninggal dunia. Dengan kematiannya, dunia tanpa sadar menyaksikan dampak dari virus Ebola pertama, 27 Juni 1976 (Sari, 2014).

Selang beberapa bulan setelah virus Ebola pertama kali ditemukan pada Juni 1976, teridentifikasi kasus ebola di Yambuku – Republik Congo. Di saat itu tercatat 318 kasus dan 280 kematian yang disebabkan oleh virus ebola. Kasus wabah kedua terjadi di tahun 1995 masih di Republik Congo dengan 315 kasus dan 254 kematian. Berikutnya di tahun 2000 di Uganda dengan 425 kasus dan 224 kematian. Di bulan Agustus 2007 di Kampungu – Republik Congo 264 kasus dan 187 kematian. Di tahun 2007 di Bundibugyo – Uganda Barat 149 kasus dengan 37 kematian. Di tahun 2012 di Uganda, yang pertama 7 kasus dengan 4 kematian, dan yang kedua 24 kasus dengan 17 kematian. Di bulan Agustus 2012 masih di Republik Congo 57 kasus dengan 29 survivor (Marnida, 2014).

Menurut Mediastianto (2014), wabah Ebolaterbaru terjadi pada tahun 2014 di Negara Afrika Barat, yaitu Nigeria, Sierra Leone, Liberia dan Guinea. Sampai tanggal 13 Agustus 2014, jumlah kasus di 4 negara tersebut mencapai 2.127 kasus, yaitu Liberia 786 kasus, Sierra Leone 810 kasus, Nigeria 12 kasus dan Guinea 380 kasus, sedangkan jumlah kematian mencapai 1.145 orang, yaitu

1. Ari Juni Ratnaningsih adalah mahasiswa jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Malang
2. Toto Nusantara adalah dosen Matematika FMIPA Universitas Negeri Malang

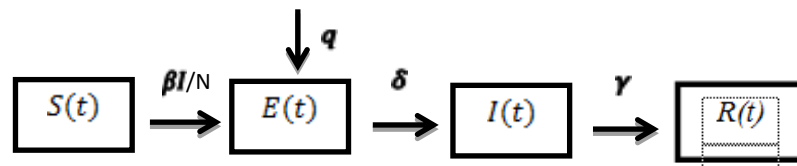
Liberia 413 orang, Sierra Leone 348 orang, Nigeria 4 orang dan Guinea 380 orang. Ini semua berdasarkan Data CDC (*Centers for Disease Control and Prevention*).

2. Model Wabah Ebola

Ebola adalah jenis virus yang unik dari keluarga virus asam ribonukleat yang dikenal tidak memiliki reservoir alami. Masa inkubasi dari Ebola adalah 2-21 hari, dan periode infeksi adalah 4-10 hari. Timbulnya Ebola ditandai dengan sakit kepala parah, malaise (rasa tidak enak badan), demam, muntah, diare berdarah, dan ruam. Perdarahan hebat dan syok biasanya diikuti dengan kematian. Diagnosis Ebola sulit, karena Ebola sering salah didiagnosis sebagai tifus dan malaria (Astacio, 1996).

Gejala dari *Ebola hemorrhagic fever* (EHV) biasanya dimulai empat hingga 15 hari setelah seseorang terinfeksi. Rata-rata gejala yang dialami berupa sakit seperti flu, demam tinggi, dan nyeri. Semua gejala tersebut biasanya diikuti dengan diare, muntah, serta kemunculan ruam di seluruh tubuh. Kemudian mulailah gejala menyakitkan seperti keluarnya darah dari semua lubang di tubuh, dilanjutkan dengan rusaknya organ-organ internal si penderita. Masuk hari ketujuh hingga kesepuluh, muncul rasa kelelahan, dehidrasi, dan *shock* (Sari, 2014).

Misalkan banyaknya populasi pada saat t adalah $N(t)$, sedangkan $S(t)$, $E(t)$, $I(t)$ dan $R(t)$ berturut-turut menyatakan banyaknya individu yang rentan, terjangkit, terinfeksi, dan mati karena wabah Ebola pada saat t . Secara ringkas model $S - E - I - R$ disajikan dalam diagram transfer sebagai berikut:



3. Model Virus Ebola

Model Wabah Ebola pada tahun 1976 di Yambuku, Zaire yang sudah didapatkan dapat dituliskan kembali menjadi:

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= \frac{-\beta S(I + qE)}{N} \\ \frac{dE}{dt} &= \frac{\beta S(I + qE)}{N} - \delta E \\ \frac{dI}{dt} &= \delta E - \gamma I \\ \frac{dR}{dt} &= \gamma I \end{aligned}$$

Dengan parameter $N(t) = S(t) + E(t) + I(t) + R(t)$. N merupakan populasi individu.

4. Analisis Model *S E I R*

Untuk menyelesaikan sistem persamaan di atas dapat menggunakan 3 asumsi yaitu sebagai berikut.

Asumsi 1: Pada awal epidemik, $N(t) = S(t)$

Asumsi 2: Awalnya, ada sejumlah konstan individu yang terinfeksi. Orang-orang yang menginfeksi orang lain yang menjadi laten. Dibutuhkan $1/\delta$ hari bagi individu laten $E(t)$ menjadi terinfeksi $I(t)$. Oleh karena itu, $1/\delta$ hari pertama laju perubahan individu terinfeksi $I(t)$ adalah nol (yaitu $\frac{dI}{dt} = 0$)

Asumsi 3: Agar seorang individu untuk menjadi terinfeksi $I(t)$, mereka harus melewati tahap laten $E(t)$. Dengan demikian, data untuk tahap laten adalah sama dengan data untuk tahap infeksi, satu-satunya perbedaan adalah bahwa data untuk individu laten $E(t)$ terjadi $1/\delta$ hari sebelumnya. $1/\delta$ adalah rata-rata waktu yang dibutuhkan untuk individu laten $E(t)$ menjadi terinfeksi $I(t)$, dan tahap laten berkisar dari 2 – 21 hari. Demikian pula, $1/\gamma$ adalah rata-rata waktu diperlukan untuk individu terinfeksi menjadi meninggal $R(t)$, dan tahap infeksi berkisar 4 sampai 10 hari.

Dengan menganalisis model di atas diperoleh titik kesetimbangan bebas penyakit $(S, E, I, R) = (N, 0, 0, 0)$. Dan pada saat titik kesetimbangan bebas penyakit ini

terdapat Rasio Reproduksi Dasar dengan nilai $R_0 = \frac{\beta}{\gamma} \left(1 + \frac{\gamma q}{\delta} \right)$. Pada titik

kesetimbangan bebas penyakit ini akan stabil jika nilai $R_0 < 1$.

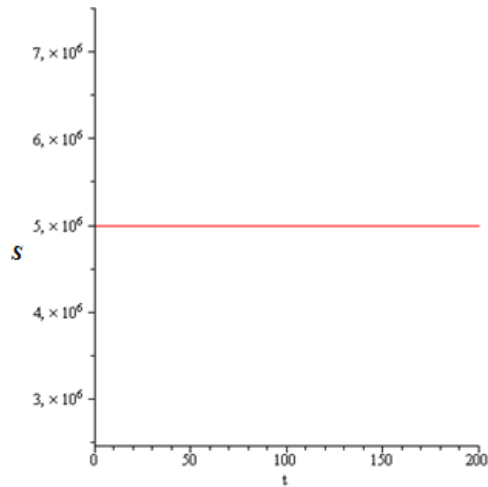
5. Simulasi Model

Parameter-parameter yang dapat digunakan untuk menganalisis Virus Ebola di Yambuku, Zaire pada tahun 1976. Data parameter tersebut adalah sebagai berikut.

Tabel 5.1 Parameter Untuk Wabah Ebola

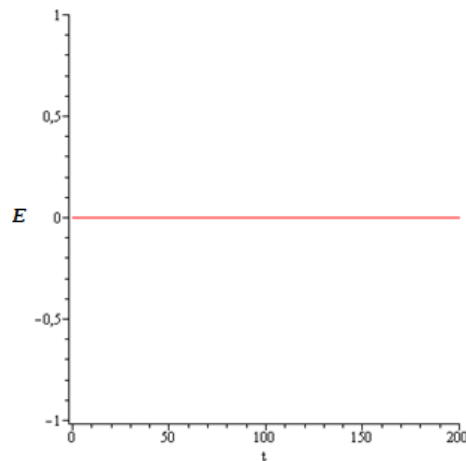
Tingkat Infeksi Perkapita $\left(\frac{1}{\delta} \right)$	Angka Kematian Perkapita $\left(\frac{1}{\gamma} \right)$	Faktor Bobot (q)
2- 21 hari	4- 10 hari	$0 \leq q \leq 1$

a. $R_0 < 1$



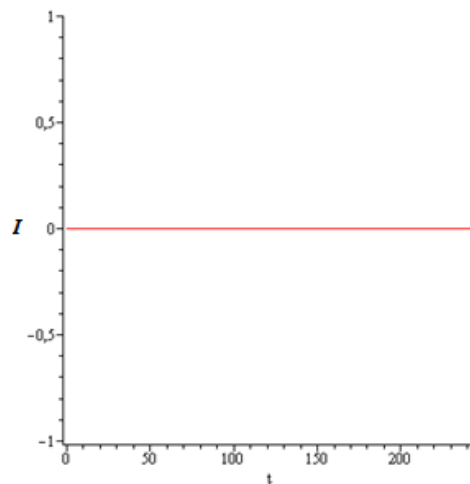
Gambar 5.1 Grafik Populasi Individu Rentan (S) di Negara Liberia terhadap Waktu (t) untuk $R_0 < 1$

Gambar 5.1 terlihat bahwa populasi individu yang rentan (S) stabil disetiap t pada titik kesetimbangannya yaitu 5×10^6 karena nilai eigennya bernilai negatif.



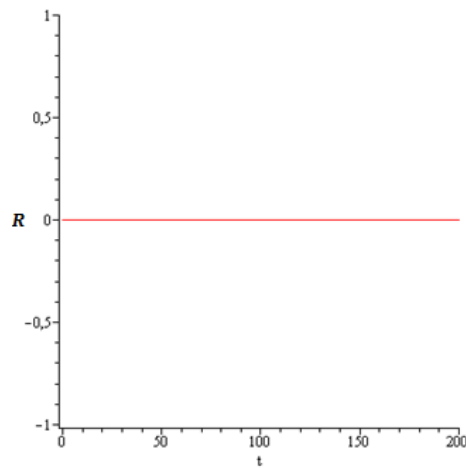
Gambar 5.2 Grafik Populasi Individu Terjangkit (E) di Negara Liberia terhadap Waktu (t) untuk $R_0 < 1$

Gambar 5.2 terlihat bahwa populasi individu yang terjangkit (E) stabil disetiap t pada titik kesetimbangannya yaitu nol karena nilai eigennya bernilai negatif.



Gambar 5.3 Grafik Populasi Individu Terinfeksi(I) di Negara Liberia terhadap Waktu (t) untuk $R_0 < 1$

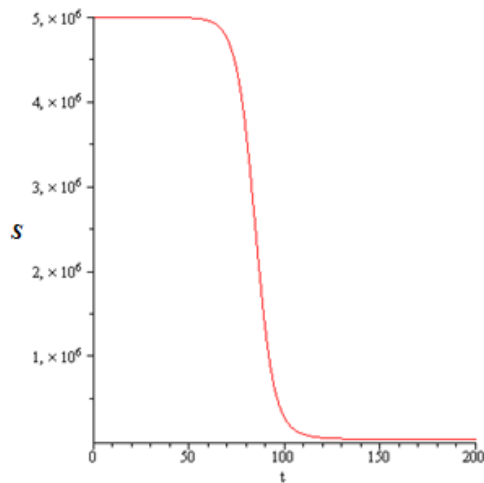
Gambar 5.3 terlihat bahwa populasi individu yang terinfeksi (I) stabil di setiap t pada titik kesetimbangannya yaitu nol karena nilai eigennya bernilai negatif



Gambar 5.4 Grafik Populasi Individu Meninggal(R) di Negara Liberia terhadap Waktu (t) untuk $R_0 < 1$

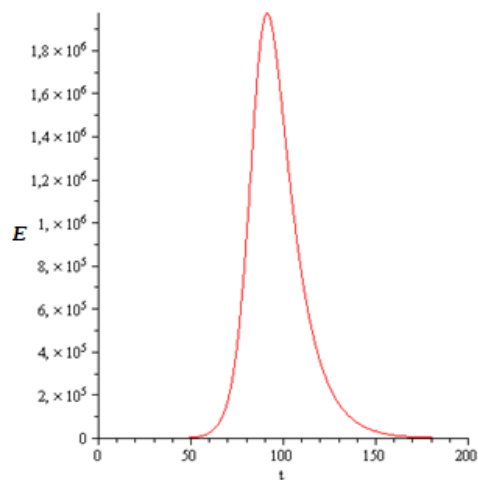
Gambar 5.4 terlihat bahwa populasi individu yang meninggal (R) stabil di setiap t pada titik kesetimbangannya yaitu nol karena titik kesetimbangannya bernilai negatif.

b. $R_0 > 1$



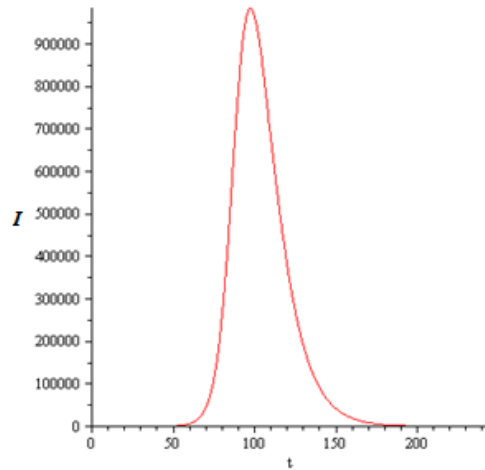
Gambar 5.5 Grafik Populasi Individu Rentan (S) di Negara Liberia terhadap Waktu (t) untuk $R_0 > 1$

Gambar 5.5 terlihat bahwa populasi individu yang rentan (S) mengalami penurunan dari 5×10^6 menjadi tidak stabil karena tidak menuju titik kesetimbangannya.



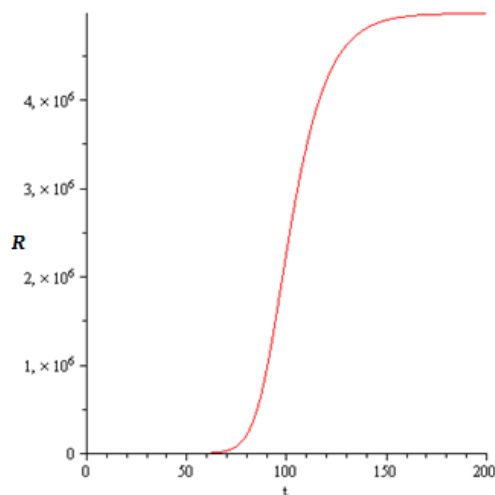
Gambar 5.6 Grafik Populasi Individu Terjangkit (E) di Negara Liberia terhadap Waktu (t) untuk $R_0 > 1$

Gambar 5.6 terlihat bahwa populasi individu yang terjangkit (E) mengalami kenaikan dari 5605,33 sampai $1,96 \times 10^6$ dan kemudian turun menuju titik kesetimbangannya.



Gambar 5.7 Grafik Populasi Individu Terinfeksi (I) di Negara Liberia terhadap Waktu (t) untuk $R_0 > 1$

Gambar 5.7 terlihat bahwa populasi individu yang terinfeksi (I) mengalami kenaikan dari 0,00116 sampai $9,79 \times 10^6$ dan kemudian turun menuju titik kesetimbangannya.

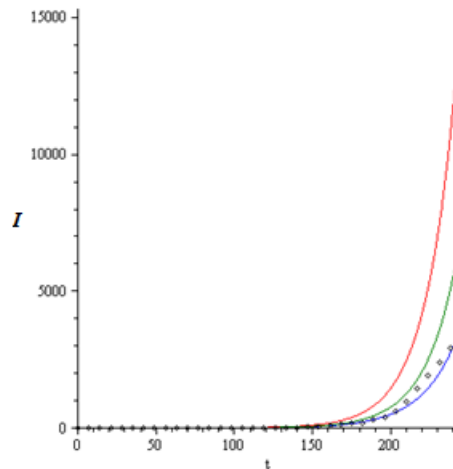


Gambar 5.8 Grafik individu Meninggal (R) di Negara Liberia terhadap Waktu (t) untuk $R_0 > 1$

Gambar 5.8 terlihat bahwa populasi individu yang meninggal (R) mengalami kenaikan dari 0,232 dan akan menuju titik kesetimbangannya.

6. Fitting Model

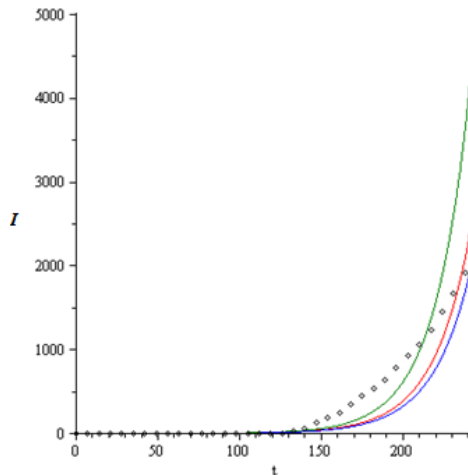
- a. Fitting model penyebaran Virus Ebola di Negara Liberia dengan data WHO pada individu yang terinfeksi Ebola adalah sebagai berikut.



Gambar 6.1 Fitting Data WHO dengan Individu Terinfeksi (I) di Negara Liberia terhadap Waktu (t)

Gambar 5.9 merupakan data kumulatif pasien yang terinfeksi Virus Ebola yang dicocokkan dengan grafik bebas penyakit. Simulasi yang digunakan dengan membandingkan tiga nilai Preproduksi Dasar yaitu $R_0 = 1.68, 1.95$ dan 2.015 . $R_0 = 1.68$ digambarkan dengan grafik berwarna biru. $R_0 = 1.95$ digambarkan dengan grafik berwarna hijau. $R_0 = 2.015$ digambarkan dengan grafik berwarna merah. Dari gambar di atas terlihat grafik dengan $R_0 = 1.68$ sesuai dengan data kumulatif WHO. Nilai $R_0 = 1.68$ didapat dari parameter q, β, γ dan δ . $q = 0.5$ merupakan faktor bobot yang membuat individu rentan tertular Virus Ebola dari individu yang terinfeksi. Parameter $\beta = 0.14$ merupakan probabilitas penularan dari individu. Parameter $\gamma = 1/7$ merupakan tingkat infeksi yang terjadi pada Virus Ebola. Parameter $\delta = 1/10$ merupakan angka kematian yang terjadi pada Virus Ebola. Total kasus infeksi dari Virus Ebola yang terjadi di Negara Liberia pada Desember 2013 sampai Februari 2015 adalah 3695.

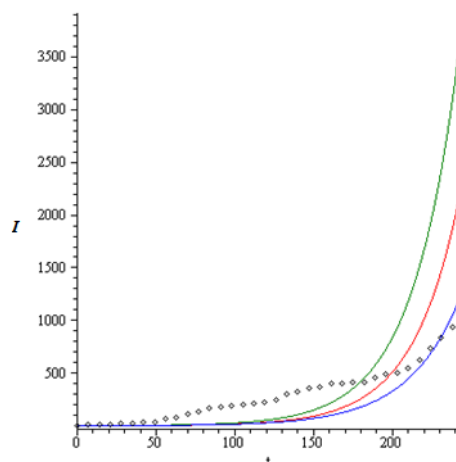
- b. Negara Sierra Leone dengan dibandingkan data WHO pada individu yang terinfeksi Ebola adalah sebagai berikut.



Gambar 6.2 Fitting data WHO dengan Individu Terinfeksi (I) di Negara Sierra Leone terhadap Waktu (t)

Gambar 5.10 merupakan data komulatif pasien yang terinfeksi Virus Ebola yang dicocokkan dengan grafik bebas penyakit. Simulasi yang digunakan dengan membandingkan tiga nilai Preproduksi Dasar yaitu $R_0 = 2.19975$, 2.2302 dan 2.32596 . $R_0 = 2.19975$ digambarkan dengan grafik warna merah. $R_0 = 2.2302$ digambarkan dengan grafik warna biru. $R_0 = 2.32596$ digambarkan dengan grafik warna hijau. Dari gambar di atas terlihat grafik dengan $R_0 = 2.19975$ sesuai dengan data komulatif WHO. Nilai $R_0 = 2.19975$ didapat dari parameter q, β, γ dan δ . $q = 0.21$ merupakan faktor bobot yang membuat individu rentan tertular Virus Ebola dari individu yang terinfeksi. Parameter $\beta = 0.175$ merupakan probabilitas penularan dari individu. Parameter $\gamma = 1/9$ merupakan tingkat infeksi yang terjadi pada Virus Ebola. Parameter $\delta = 1/17$ merupakan angka kematian yang terjadi pada Virus Ebola. Total kasus infeksi dari Virus Ebola yang terjadi di Negara Sierra Leone pada Desember 2013 sampai Februari 2015 adalah 2600.

- c. Negara



Guinea dengan

dibandingkan data WHO pada individu yang terinfeksi Ebola adalah sebagai berikut.

Gambar 6.3 Fitting data WHO dengan Individu Terinfeksi (I) di Negara Guiena terhadap Waktu (t)

Gambar 5.11 merupakan data kumulatif pasien yang terinfeksi Virus Ebola yang dicocokkan dengan grafik bebas penyakit. Simulasi yang digunakan dengan membandingkan tiga nilai Preproduksi Dasar yaitu $R_0 = 1.557, 1.44474$ dan 1.95264 . Dari gambar di atas terlihat grafik dengan beberapa R_0 tidak sesuai dengan data kumulatif WHO. Total kasus infeksi dari Virus Ebola yang terjadi di Negara Guiena pada Desember 2013 sampai Februari 2015 adalah 1094.

7. Kesimpulan

Dari sistem di atas diperoleh titik kesetimbangan yaitu $(S, E, I, R) = (N, 0, 0, 0)$ yang merupakan titik kesetimbangan bebas penyakit dengan

$$\lambda_1 = \lambda_2 = 0 \text{ atau } \lambda_3 = \frac{-(\gamma - \beta q + \delta) - \sqrt{(\gamma - \beta q + \delta)^2 - 4(\delta\gamma - \beta q\gamma - \beta\delta)}}{2} \text{ atau}$$

$$\lambda_4 = \frac{-(\gamma - \beta q + \delta) + \sqrt{(\gamma - \beta q + \delta)^2 - 4(\delta\gamma - \beta q\gamma - \beta\delta)}}{2}$$

Dari analisis kestabilan titik kesetimbangan bebas penyakit didapat sebuah bilangan reproduksi dasar yaitu $R_0 = \frac{\beta}{\gamma} \left(1 + \frac{\gamma q}{\delta} \right)$. Titik kesetimbangan bebas

penyakit akan stabil jika $R_0 = \frac{\beta}{\gamma} \left(1 + \frac{\gamma q}{\delta} \right) < 1$.

Di negara Liberia, dengan membandingkan tiga nilai Preproduksi Dasar yaitu $R_0 = 1.68, 1.95$ dan 2.015 , yang sesuai dengan data kumulatif WHO pada tahun 2013-2015 adalah $R_0 = 1.68$. Di negara Sierra Leone, dengan membandingkan tiga nilai Preproduksi Dasar yaitu $R_0 = 2.19975, 2.2302$ dan 2.356 , yang sesuai dengan data kumulatif WHO pada tahun 2013-2015 adalah $R_0 = 2.356$. Di negara Guiena, dengan membandingkan tiga nilai Preproduksi

Dasar yaitu $R_0 = 1.557, 1.44474$ dan 1.95264 , tidak sesuai dengan data kumulatif WHO pada tahun 2013-2015.

8. Saran

Setelah dilakukan penelitian mengenai model penyebaran Virus Ebola masih terdapat kekurangan, yaitu model yang dianalisis merupakan model dari penyebaran Virus Ebola pada tahun 1976 yang terjadi di Yambuku, Zaire jadi untuk pengembangan selanjutnya diharapkan untuk dapat membuat model penyebaran Virus Ebola secara umum

Referensi

- Ambarwati, Ria Desy. 2012. *Analisis Model Matematika Penyakit HIV/AIDS*. Skripsi tidak diterbitkan. Malang.
- Anton, Howard & Rorres, Chris. 2004. *Aljabar Linier Elementer*. Jakarta: Erlangga.
- Astacio, Jaime, dkk. 1996. *Mathematical Models to Study the Outbreaks of Ebola*, (Online), (<https://mtbi.asu.edu/research/archive/paper/mathematical-models-study-outbreaks-ebola>, diakses 25 Februari 2015).
- Finizio, N & Ladas, G. 1988. *Persamaan Diferensial Biasa dengan Penerapan Modern*. Jakarta: Erlangga.
- Febriyanti, Erdina Sri. 2011. *Analisis Stabilitas dan Optimal Kontrol pada Nyamuk Aedes Aegypti dengan Teknik Sterilisasi Serangga dan Insektisida*. (Online), (<http://digilib.its.ac.id/public/ITS-Undergraduate-15096-analisis-stabilitas-dan-optimal-kontrol-pada-nyamuk-aedes-aegypti-dengan-teknik-sterilisasi-serangga.pdf>, diakses 25 Februari 2015).
- Heliyani, Yeni. 2011. *Virus Ebola Virus Mematikan*. (Online), (<http://yeniherliyani.blogspot.com/2011/11/virus-ebola-virus-mematikan.html?m=1>, diakses 25 Februari 2015).
- Mamo, Dejen Ketema, dkk. 2015. *Mathematical Modeling and Simulation Study of SEIR Disease and Data Fitting of Ebola Epidemic Spreading in West Africa*. (Online), (<http://www.jmest.org/wp-content/uploads/JMESTN42350340.pdf>, diakses 12 Maret 2015).
- Marnida. 2014. *Mengenal Penyakit Ebola*. (Online), (<http://m.kompasiana.com/post/read/674302/2/mengenal-penyakit-ebola.html>, diakses 23 Februari 2015).
- Mediastianto, Eko. 2014. *Wabah Virus Ebola*, (Online), (<http://www.penanggulangankrisis.depkes.go.id/wabah-virus-ebola>, diakses 23 Februari 2015).
- Ndanguza, D ,dkk. 2011. *Statistical data analysis of the 1995 Ebola outbreak in the Democratic Republic of Congo*, (Online), (<http://link.springer.com/article/10.1007%2Fs13370-011-0039-5#page-1>, diakses 12 Maret 2015).
- Peterson, Gary L & Sochacki, James S. 2002. *Linier Algebra and Differential Equations*. America: Addison-Wesley Publishing Company
- Rivers, Caitlin M, dkk. 2014. *Modeling the Impact of Interventions on an Epidemic of Ebola in Sierra Leone and Liberia*. (Online), (<http://currents.plos.org/outbreaks/article/obk-14-0043-modeling-the->

impact-of-interventions-on-an-epidemic-of-ebola-in-sierra-leone-and-liberia/, diakses 25 Februari 2015).

Sari, Erma Yunanda. 2014. *Ebola Wabah Mematikan*, (Online),

(<http://analisadaily.com/kesehatan/news/ebola-wabah-mematikan/57582/2014/08/25>, diakses 16 Februari 2015).

Siagian, Henok. 2004. *Aplikasi Nilai Eigen pada Pemecahan Persamaan Diferensial*. Universitas Negeri Medan. Jurnal (Online),

(<http://digilib.unimed.ac.id/aplikasi-nilai-eigen-pada-pemecahan-persamaan-diferensial-22855.html>, diakses 16 Februari 2015).

World Health Organization, (Online), (<http://apps.who.int/ebola/>, diakses 24 Februari 2015).