

Algoritma ant colony optimizaion (ACO) pada multi depot vehicle routing problem

Ima Dwi Agustiningsih¹
Sapti Wahyuningsih²
FMIPA Universitas Negeri Malang
Email: gustiimey@gmail.com

ABSTRAK: Permasalahan *Multi Depot Vehicle Routing Problem* (MDVRP) merupakan permasalahan perluasan dari *Vehicle Routing Problem* (VRP) dengan kondisi dimana depot yang digunakan sebagai pusat distribusi barang lebih dari satu. Kaur, M., dan Goyal, S., (2013) dalam jurnalnya menuliskan bahwa ada beberapa tahap algoritma dalam menyelesaikan masalah MDVRP dengan menggunakan algoritma *Ant Colony Optimization*, yaitu dengan aturan transisi status, tahap pembaharuan jejak *pheromone*, pembaharuan jejak lokal dan daftar calon rute baru. Sedangkan MDVRP sendiri mempunyai tiga tahapan dalam menyelesaikan masalah. Sebelum masuk pada tahap transisi status, beberapa *customer* dikelompokkan berdasarkan depot terdekat. Aturan transisi status dan pembaharuan jejak *pheromone* dimasukkan pada tahap pembentukan rute. Pada tahap terakhir, urutan pengiriman dipilih dengan menggunakan pembaharuan jejak lokal dan perhitungan rute akhir.

Pada algoritma *Ant Colony Optimization* digunakan parameter yang mengontrol bobot relatif *pheromone* yaitu α dan parameter pengendali jarak atau β . Parameter α dan β digunakan untuk menghitung nilai probabilitas P_{ij}^k dari semut k pada titik i yang memilih untuk menuju titik j . Nilai ρ (parameter tingkat *evaporasi pheromone*) yang besar mengakibatkan nilai pembaruan *pheromone* juga besar sedangkan jika nilai ρ kecil maka nilai pembaruan *pheromone* juga kecil.

Kata Kunci: *Vehicle Routing Problem* (VRP), *Multi Depot Vehicle Routing Problem* (MDVRP), Algoritma *Ant Colony Optimization* (ACO).

ABSTRACT: Problems of Multi Depot Vehicle Routing Problem (MDVRP) are problems of expansion of Vehicle Routing Problem (VRP) with a condition where the depot is used as a distribution center more than one. Kaur, M., dan Goyal, S., (2013) in his journal wrote that there are several stages of the algorithm in solving the problem MDVRP using Ant Colony Optimization algorithm, namely the status of the transition rule, the pheromone trail update, local trail updates and candidate lists (of cities). While MDVRP itself has three stage in solving the problem. Before entering a transition rule, some customers are grouped based on the nearest depot. State transition rules and updating the pheromone trail included in the formation route. In the last stage, the order of delivery selected by using the local trail updates and candidate lists (of cities). In Ant Colony Optimization Algorithm used parameters that control the relative weight of pheromone that α and parameters distance controller or β . Parameters α and β are used to calculate the value of probability P_{ij}^k of ant k at point i chose to go to point j . Value of ρ (pheromone evaporation rate parameters) great result pheromone update also great value while if the value of ρ is small then updates the pheromone value is also small.

Keywords: Vehicle Routing Problem (VRP), Multi Depot Vehicle Routing Problem (MDVRP), Algorithm Ant Colony Optimization (ACO).

1. Ima Dwi Agustiningsih adalah mahasiswa jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Malang
2. Sapti Wahyuningsih adalah dosen jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Malang

Distribusi merupakan suatu proses pengiriman barang dari depot ke *customer*. Dalam matematika, permasalahan distribusi tersebut dapat diselesaikan dengan konsep teori graph sehingga dapat digambarkan secara ringkas, karena penggunaan diagram dan lambang atau simbol akan lebih mudah dipahami dan lebih mudah untuk diselesaikan. Salah satu konsep dasar teori graph yang dapat diterapkan dalam menyelesaikan permasalahan pendistribusian adalah *Vehicle Routing Problem* (VRP). VRP merupakan suatu permasalahan menemukan rute untuk sekumpulan kendaraan yang harus melayani sejumlah *customer* dari depot.

Salah satu varian dari VRP yaitu *Multi Depot Vehicle Routing Problem* (MDVRP). Permasalahan MDVRP merupakan permasalahan VRP dengan kondisi dimana depot yang digunakan sebagai pusat distribusi barang bisa lebih dari satu. Tujuan dari permasalahan MDVRP ini adalah mencari sejumlah rute minimum pada masing-masing depot dimana kendaraan berangkat dan kembali lagi ke depot dan *customer* dilayani tepat satu kali oleh tepat satu kendaraan dengan tidak melanggar kendala kapasitas yang ada.

Kaur Mandeep, Goyal Shanky (2013) dalam jurnalnya menuliskan bahwa penyelesaian *Multi Depot Vehicle Routing Problem* (MDVRP) diperoleh dengan menggunakan algoritma *Ant Colony Optimization* (ACO). Ada beberapa tahap algoritma dalam menyelesaikan masalah MDVRP dengan menggunakan algoritma *Ant Colony Optimization*, yaitu dengan aturan transisi status, tahap pembaharuan jejak *pheromone*, pembaharuan jejak lokal dan daftar calon rute yang akan dilalui.

Penyelesaian permasalahan MDVRP yang akan dibahas disini adalah dengan menggunakan algoritma *Ant Colony Optimization* (ACO). Algoritma *Ant Colony Optimization* merupakan metode penyelesaian permasalahan optimasi yang terinspirasi oleh tingkah laku koloni semut (Dorigo, M., dan Gambardella, L., 1996). Secara ilmiah koloni semut mampu menemukan rute terpendek dalam perjalanan dari sarang ke tempat-tempat sumber makanan. Koloni semut dapat menemukan rute terpendek antara sarang dan sumber makanan berdasarkan jejak kaki pada lintasan yang telah dilalui. Semakin banyak semut yang melalui suatu lintasan, maka akan semakin jelas bekas kakinya. Hal ini akan menyebabkan lintasan yang dilalui semut dalam jumlah sedikit, semakin lama akan semakin berkurang, atau bahkan tidak dilewati sama sekali. Sebaliknya, lintasan yang dilalui semut dalam jumlah banyak, semakin lama akan semakin bertambah kepadatan semut yang melewatinya, atau bahkan semua semut akan melalui lintasan tersebut.

Secara keseluruhan, kelebihan dari algoritma ACO adalah proses solusi berdasarkan probabilitas terbesar dan penyimpanan memori solusi yang baik dari proses *pheromone update*. Ada beberapa hasil yang diharapkan pada tulisan ini, diantaranya yaitu : (1) Permasalahan pada MDVRP dapat diselesaikan dengan algoritma *Ant Colony Optimization*. (2) Penerapan algoritma *Ant Colony Optimization* pada *Multi Depot Vehicle Problem* (MDVRP) untuk contoh dengan 3 depot 18 *customer*. (3) Analisis perbandingan pada contoh antara algoritma *Ant Colony Optimization* dan algoritma *Clark and Wright* oleh Masruroh menghasilkan rute dan total jarak yang berbeda.

1. Ima Dwi Agustiningsih adalah mahasiswa jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Malang
2. Sapti Wahyuningsih adalah dosen jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Malang

Karakteristik *Ant Colony Optimization* (ACO)

Terdapat empat karakteristik utama dari ACO, diantaranya yaitu : Aturan transisi status, *Update pheromone trail*, *Update local trail*, daftar calon rute dari kota yang dilalui.

1. Aturan Transisi Status

Aturan transisi status yang digunakan dinamai *probability* (Kaur Mandeep, Goyal Shanky, 2013). P_{ij} merupakan probabilitas dari k semut pada titik i yang memilih untuk menuju ke titik j .

$$P_{ij}^k = \begin{cases} \frac{(\tau_{ij})^\alpha (\eta_{ij})^\beta}{\sum (\tau_{ij})^\alpha (\eta_{ij})^\beta}, & \text{jika } ij \notin \text{tabu}_k \\ 0, & \text{untuk yang lain} \end{cases}$$

Dimana τ_{ij} adalah jumlah *pheromone* yang terdapat pada sisi antara titik i dan titik j , $(\eta_{ij}) = \frac{1}{d_{ij}}$ adalah *desirability* (invers dari jarak d_{ij}). α adalah sebuah parameter yang mengontrol bobot (*weight*) relatif *pheromone* dan β adalah parameter pengendali jarak ($0 \leq \alpha \leq 1, 0 \leq \beta \leq 1$).

2. *Update Pheromone Trail*

Setelah semua semut menyelesaikan tour-nya masing-masing maka *pheromone* di-*update*. Dalam *Ant System*, aturan pembaruan *pheromone global* (Maniezzo, V., Gambardella, L., dan Luigi, F.,) diimplementasikan sebagai berikut :

$$\tau(i, j) = (1 - \rho) \cdot \tau(i, j) + \rho \cdot \Delta\tau_{ij}^k$$

$$\text{Dengan } \Delta\tau_{ij}^k = \begin{cases} \frac{Q}{L_k}, & \text{jika } ij \in \text{tour yang dilakukan oleh semut } k \\ 0, & \text{untuk yang lain} \end{cases}$$

Dimana Q adalah parameter konstan, L_k panjang tour yang dilalui oleh semut k . $0 \leq \rho \leq 1$ adalah sebuah parameter tingkat *evaporasi pheromone*.

3. *Update local trail*

Selagi melakukan tour untuk mencari solusi dari MDVRP, semut mengunjungi *edges* dan mengubah tingkat *pheromone* pada *edges* tersebut dengan menerapkan aturan pembaharuan *pheromone* lokal. Adanya penguapan *pheromone* menyebabkan semut-semut tidak mengikuti jalur yang sama dengan semut sebelumnya.

4. Daftar calon rute

Salah satu kota yang lebih dekat dan memiliki probabilitas yang lebih tinggi dipilih sebagai kota berikutnya.

Permasalahan *shortest path* dapat diterapkan dalam kehidupan sehari dengan menggunakan algoritma *Ant Colony Optimization* (ACO). Dengan menggunakan karakteristik *Ant Colony Optimization* (ACO), permasalahan dalam *shortest path* dapat diselesaikan. Permasalahan tersebut diantaranya yaitu *Traveling Salesman Problem* (TSP), *Vehicle Routing Problem* (VRP), *Multi Depot Vehicle Routing Problem* (MDVRP).

1. Ima Dwi Agustiningsih adalah mahasiswa jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Malang
2. Sapti Wahyuningsih adalah dosen jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Malang

Algoritma *Ant Colony Optimization* (ACO) pada TSP

Dalam penyelesaian masalah TSP, algoritma *Ant Colony Optimization* (ACO) memiliki beberapa langkah sebagai berikut: (1) Mengkonstruksikan masalah ke dalam sebuah graph $G = (V, E)$. (2) Kendala yang terdapat pada TSP yaitu mengunjungi n titik dimana depot yang digunakan sebagai pusat distribusi barang lebih dari satu. (3) Pemberian nilai intensitas jejak semut (*pheromone*) dan informasi heuristik. (4) *Tour construction* adalah sebuah tour yang dibangun dengan mengaplikasikan prosedur sederhana sebagai berikut : Inisialisasi, ditempatkan m semut di n titik menurut aturan tertentu, kemudian semut mengaplikasikan *state transition rule* secara iteratif. Pada titik i , semut memilih secara *probabilistic* titik j yang belum dikunjungi menurut intensitas *pheromone* (τ_{ij}) pada sisi antara titik i ke titik j , serta informasi heuristik lokal yang ada, yaitu panjang sisi. Setelah semua semut membangun sebuah tour, *pheromone* di-update dan kemudian semut meletakkan *pheromone* pada sisi yang dilewati. Update dilakukan sedemikian rupa sehingga sisi dari lintasan yang lebih pendek dan dilewati banyak semut menerima jumlah *pheromone* yang lebih banyak. Karena itu pada iterasi algoritma yang berikutnya akan mempunyai *probabilitas* yang lebih tinggi untuk dipilih (Leksono, 2009).

Algoritma *Ant Colony Optimization* (ACO) pada *Vehicle Routing Problem* (VRP)

Vehicle Routing Problem (VRP) merupakan bagian dari TSP. Suatu graph pada VRP yang terdiri dari beberapa *customer* dan depot akan dibagi menjadi beberapa kelompok, yang mana tiap kelompok terdiri dari satu depot dan n *customer*. Dalam penyelesaian masalah TSP, algoritma *Ant Colony Optimization* (ACO) memiliki beberapa langkah sebagai berikut: (1) *Customer* dikelompokkan dengan depot terdekat. (2) Menentukan nilai invers jarak. (3) Membangun sebuah tour secara acak menurut intensitas *pheromone*. (4) Setelah semua semut membangun sebuah tour, maka semut akan melakukan *update pheromone*. (5) semut akan melakukan pembaruan *pheromone*. (6) Pada tahap terakhir yaitu menghitung total panjang tour sehingga diperoleh siklus Hamilton dengan jarak terpendek (Martua, 2011).

Algoritma *Clark and Wright* pada VRP

Dalam penyelesaian masalah *Vehicle Routing Problem* (VRP), algoritma *Clark and Wright* memiliki beberapa langkah sebagai berikut: (1) Menghitung *saving*. (2) Mengurutkan S_{ij} dari terbesar ke terkecil. (3) Membangun dan memilih rute. (4) Perluasan rute. (5) Jika semua nilai S_{ij} terpilih dan ada $i \in \frac{N}{\{0\}}$ yang belum tercakup dalam rute pada langkah 4, maka terbentuk rute baru yaitu $[0, i, 0]$. (6) Proses perluasan rute dihentikan setelah semua *customer* tercakup dalam semua rute yang telah terbentuk pada langkah 4 dan 5. Dan untuk setiap *customer* yang sudah dipilih pada rute sebelumnya, tidak boleh dipilih lagi dan pemilihan rute berikutnya (Masruroh, 2012).

1. Ima Dwi Agustiningsih adalah mahasiswa jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Malang
2. Sapti Wahyuningsih adalah dosen jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Malang

PEMBAHASAN

Multi-Depot Routing Problem (MDVRP)

Surekha dan Sumathi (2011) menyebutkan bahwa *Multi Depot Vehicle Routing Problem* (MDVRP) adalah perluasan dari *Vehicle Routing Problem* (VRP) dengan kendala yang mengharuskan setiap kendaraan berawal dari depot-depot (lebih dari satu) dan berakhir pada depot yang sama, dimana jumlah dan tempat dari depot-depot dalam MDVRP ditentukan terlebih dahulu.

Algoritma Ant Colony Optimization (ACO) pada Multi-Depot Routing Problem (MDVRP)

Dalam penyelesaian masalah *Multi Depot Vehicle Routing Problem* (MDVRP), algoritma yang digunakan adalah algoritma *Ant Colony Optimization* (ACO). Surekha dan Sumathi (2011) menuliskan bahwa dalam mencari kemungkinan solusi MDVRP secara umum ada 3 tahap dasar, antara lain: (1) *grouping*, pada langkah ini *customer-customer* dikelompokkan untuk masing-masing n depot. (2) pencarian rute. Pada tahap ini ada beberapa langkah yang harus diselesaikan yaitu: (a) aturan transisi status adalah mencari nilai dari invers jarak, menentukan *pheromone* awal. (b) tentukan titik yang akan dituju selanjutnya, ulangi proses sampai semua titik terlewati dengan persamaan probabilitas. (c) ulangi langkah (b) sehingga masing-masing semut mendapatkan rutanya. (3) pengurutan rute dan pengoptimalan rute. Pada tahap ini juga ada beberapa langkah yang harus dikerjakan, diantaranya yaitu: (a) menentukan pembaruan *pheromone* masing-masing semut dengan menjumlahkan *pheromone* awal dengan perubahan *pheromone*. (b) setelah diperoleh pembaruan *pheromone*, pilih rute akhir berdasarkan *pheromone* terbesar. (c) menghitung total panjang tour sehingga didapatkan lintasan dengan panjang yang minimal.

Contoh

Suatu perusahaan akan mengirimkan barang kepada *customer* yang tersebar di berbagai daerah. Perusahaan tersebut memiliki 3 depot yang terletak di antara *customer-customer*, yaitu depot 0, depot 1 dan depot 2. Kapasitas tiap kendaraan sebesar 750 box.

Penyelesaian:

1. *Grouping*

Customer-customer yang dikelompokkan pada depot 0 yaitu 7,9,10,13,15,16, untuk *customer-customer* yang dikelompokkan pada depot 1 yaitu 4,5,6,11,12,14,17,20 sedangkan *customer-customer* yang dikelompokkan pada depot 2 yaitu 3,8,18,19.

2. Pencarian rute

- Sebelum memasuki perhitungan dalam Algoritma *Ant Colony Optimization* (ACO), maka terlebih dahulu dilakukan perhitungan awal untuk menghitung invers jarak (η_{ij}) antar tiap titik berdasarkan tabel invers jarak.

$$\eta_{ij} = \frac{1}{d_{ij}}$$

1. Ima Dwi Agustiningsih adalah mahasiswa jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Malang
2. Sapti Wahyuningsih adalah dosen jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Malang

- Tahap pemilihan titik yang dituju
 Dalam pemilihan titik selanjutnya yang dituju, pertama-tama dilakukan penetapan dari $0 \leq \alpha \leq 1, 0 \leq \beta \leq 1$ adalah parameter perhitungan untuk mendapatkan nilai yang optimal dalam algoritma *Ant Colony Optimization* (ACO). Untuk $\alpha = 1; \beta = 1$, diperoleh rute akhir untuk depot 0 yaitu 0-7-10-13-15-9-16-0, untuk depot 1 yaitu 1-4-5-12-11-14-20-17-6-1 dan untuk depot 2 yaitu 2-8-18-19-3-2.

3. Pengurutan rute dan pengoptimalan rute

- Tahap pembaruan *pheromone* (τ)
 Ketika kendaraan berpindah menuju lokasi selanjutnya, maka tahap selanjutnya adalah melakukan pembaruan *pheromone* (τ). Dalam memperbarui *pheromone* dibutuhkan suatu parameter (ρ) yang memiliki nilai $0 \leq \rho \leq 1$.

$$\Delta\tau_{ij}^k = \frac{Q}{L_k}$$

$$\tau(i, j) = (1 - \rho) \cdot \tau(i, j) + \rho \cdot \Delta\tau_{ij}^k$$

Untuk kasus 1 :

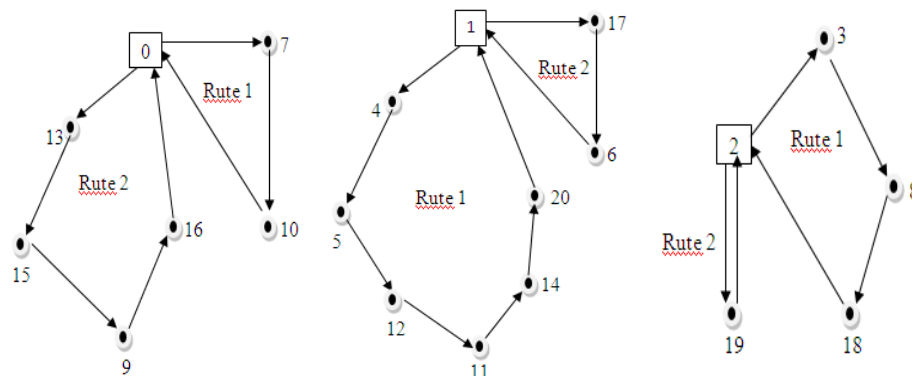
Pada perhitungan ini nilai ρ ditetapkan dengan nilai sebesar 0,9. Diperoleh rute kendaraan untuk 0 yaitu 0-7-10-13-15-9-16-0, untuk depot 1 yaitu 1-4-5-12-11-14-20-17-6-1 dan untuk depot 2 yaitu 2-3-8-18-2-19.

Untuk kasus 2 :

Pada perhitungan ini nilai ρ ditetapkan dengan nilai sebesar 0,1. Diperoleh rute kendaraan untuk 0 yaitu 0-7-10-13-15-9-16-0, untuk depot 1 yaitu 1-4-5-12-11-14-20-17-6-1 dan untuk depot 2 yaitu 2-3-8-18-2-19-2. Pemilihan rute akhir didasarkan pada nilai ρ yang besar (kasus 1).

- Menghitung total panjang tour
 Rute akhir kendaraan dihitung dengan memperhatikan kendala kapasitas kendaraan. Jika kendaraan melebihi kapasitas muatan, maka kendaraan akan kembali ke depot semula.
 - Rute kendaraan yang berangkat dan kembali ke depot 0:
 1. Kendaraan 1, dengan rute [0-7-10-0] dibutuhkan jarak tempuh sebesar $50 + 33 = 88$
 2. Kendaraan 2, dengan rute [0-13-15-9-16-0] dibutuhkan jarak tempuh sebesar $68 + 32 + 20 + 32 + 36 + 98 = 240$
 - Rute kendaraan yang berangkat dan kembali ke depot 1:
 3. Kendaraan 3, dengan rute [1-4-5-12-11-14-20-1] dibutuhkan jarak tempuh sebesar $24 + 38 + 11 + 17 + 26 + 15 + 80 = 211$
 4. Kendaraan 4, dengan rute [1-17-6-1] dibutuhkan jarak tempuh sebesar $105 + 70 + 49 = 224$
 - Rute kendaraan yang berangkat dan kembali ke depot 2:
 5. Kendaraan 5, dengan rute [2-3-8-18-2] dibutuhkan jarak tempuh sebesar $57 + 89 + 45 + 85 = 276$
 6. Kendaraan 6, dengan rute [2-19-2] dibutuhkan jarak tempuh sebesar $90 + 90 = 180$

Rangkaian rute kendaraan yang terbentuk sebagai penyelesaian dari contoh ditunjukkan pada gambar 1.



Gambar 1 Graph Solusi dari Contoh Pembahasan

Analisis Algoritma *Ant Colony Optimization* (ACO) pada *Traveling Salesman Problem* (TSP) dan pada *Multi Depot Routing Problem* (MDVRP)

Perbandingan algoritma *Ant Colony Optimization* (ACO) pada *Traveling Salesman Problem* (Leksono, 2009) dan pada *Multi Depot Routing Problem* (Kaur Mandep, Goyal Shanky, 2013) akan dijelaskan pada tabel 1 berikut :

Tabel 1 Tabel Perbandingan Algoritma *Ant Colony Optimization* (ACO) pada TSP dan pada MDVRP

Algoritma	Parameter yang digunakan		
	α	β	ρ
Algoritma <i>Ant Colony Optimization</i> pada TSP	$\alpha > 0$	$\beta > 0$	$0 \leq \rho \leq 1$
Algoritma <i>Ant Colony Optimization</i> pada MDVRP	$0 \leq \alpha \leq 1$	$0 \leq \beta \leq 1$	$0 \leq \rho \leq 1$

Dari tabel di atas dapat disimpulkan bahwa probabilitas dari k semut pada TSP lebih besar dibandingkan dengan probabilitas pada MDVRP. Hal ini disebabkan karena pada TSP parameter yang digunakan yaitu $\beta > 0$, sedangkan pada MDVRP parameter yang digunakan yaitu $\beta \leq 1$. Semakin besar nilai β , maka semakin kecil nilai probabilitasnya. Pada TSP parameter $\alpha > 0$, sedangkan pada MDVRP nilai $0 \leq \alpha \leq 1$. Nilai α pada MDVRP lebih terkontrol karena α yang digunakan paling besar adalah 1, sedangkan pada TSP nilai α nya bisa sampai tak hingga. Sedangkan nilai ρ yang digunakan dalam TSP dan MDVRP adalah sama. Nilai ρ yang dipakai yaitu $\rho = 0,1$ dengan tujuan untuk memperkecil tingkat evaporasi *pheromone*.

Analisis Algoritma *Ant Colony Optimization* (ACO) dengan Algoritma *Clark and Wright* pada *Multi Depot Routing Problem* (MDVRP)

Pada contoh terdapat perbedaan solusi antara algoritma *Ant Colony Optimization* (ACO) dengan algoritma *Clark and Wright*. Solusi pada algoritma *Ant Colony Optimization* (ACO) lebih besar jika dibandingkan dengan solusi pada algoritma *Clark and Wright*. Lebih besarnya solusi ini dikarenakan pada algoritma *Ant Colony Optimization* (ACO) tidak menentukan nilai *saving*, pengurutan nilai *saving*, pembangunan rute dan perluasan pada lgoritma *Clark and Wright* yang

1. Ima Dwi Agustiningsih adalah mahasiswa jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Malang
2. Sapti Wahyuningsih adalah dosen jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Malang

dapat dimungkinkan pengambilan jarak awal bukan yang terminimum akan tetapi jarak ke titik berikutnya menjadikan rute yang dihasilkan lebih minimum. Pada algoritma *Ant Colony Optimization* (ACO) penyelesaian pencarian solusi berdasarkan urutan dari probabilitas yang terbesar ke yang terkecil, sehingga pengambilan titik selanjutnya tidak dilakukan secara acak. Akan tetapi penyelesaian pencarian solusi dengan algoritma *Ant Colony Optimization* (ACO) membutuhkan banyak perhitungan dalam tahap pencarian rute dan pengurutan rute.

PENUTUP

Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan yang telah diuraikan di atas, dapat dikemukakan bahwa kesimpulan dari penulisan ini adalah sebagai berikut:

1. Permasalahan pada MDVRP dapat diselesaikan dengan algoritma *Ant Colony Optimization*. Pencarian solusi dimulai dengan mengelompokkan *customer* pada depot yang terdekat sehingga terbentuk suatu himpunan depot beserta *customer-customer*nya. Kemudian pada tahap pencarian rute dilakukan dengan menghitung invers jarak dan probabilitas dari terbesar ke terkecil. Dari proses tersebut akan terbentuk rute pada setiap depot yang berawal dan berakhir di depot tersebut. Setelah itu pengiriman dijadwalkan berdasarkan pembaruan *pheromone* pada tahap pengurutan rute sehingga diperoleh rute dan total jarak yang minimal dengan memperhatikan kendala kapasitas.
2. Pada penerapannya Algoritma *Ant Colony Optimization* pada *Multi Depot Vehicle Problem* (MDVRP) untuk contoh dengan 3 depot 18 *customer* menghasilkan 6 rute dengan total jarak 1219 km.
3. Analisis perbandingan pada contoh antara algoritma *Ant Colony Optimization* dan algoritma *Clark and Wrigth* oleh Masruroh menghasilkan rute dan total jarak yang berbeda. Algoritma *Ant Colony Optimization* menghasilkan total jarak yang lebih maksimum dibandingkan dengan algoritma *Clark and Wright*. Hal ini karena pencarian rute antar Algoritma berbeda, yakni pada Algoritma *Ant Colony Optimization* menggunakan pembaruan *pheromone* dan *Clark and Wrigth* oleh Masruroh menggunakan *saving*.

Saran

Bagi pengkaji ataupun peneliti selanjutnya diharapkan dapat :

1. Mengembangkan Algoritma *Ant Colony Optimization* pada MDVRP dengan menambahkan kendala waktu, waktu pelayanan per item, kecepatan kendaraan, *Multiple Trip*, dan mengkaji permasalahannya pada graph tidak lengkap.
2. Menerapkan *Multi Depot Vehicle Problem* (MDVRP) pada permasalahan sehari-hari.
3. Memodifikasi metode-metode lain dari TSP pada MDVRP sehingga diharapkan dapat menemukan suatu solusi yang lebih minimum.
4. Mengembangkan Algoritma *Ant Colony Optimization* pada MDVRP dengan menggunakan bahasa pemrograman.

1. Ima Dwi Agustiningsih adalah mahasiswa jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Malang
2. Sapti Wahyuningsih adalah dosen jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Malang

DAFTAR KAJIAN

- Dorigo, M., dan Gambardella, L., (1996). *Ant Colony System: A Cooperative learning Approach to the for the Traveling Salesman Problem*. Tech.Rep/IRIDIA/1996-005, Universite Libre de Bruxelles, Belgium.
- Kaur Mandeep, Goyal Shanky. 2013. Application of ACO to Disentangle Max-Min MDVRP Using Clustering Technique. *Jurnal*, (Online), <http://www.ijsrp.org/research-paper-0213.php?rp=P14691>, diakses 7 Januari 2013.
- Leksono, Agus. 2009. *Algoritma Ant Colony Optimization (ACO) untuk Menyelesaikan Traveling Salesman Problem (TSP)*. Skripsi. Semarang: Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Universitas Diponegoro.
- Martua, Paulus Bangun. 2011. *Perancangan Algoritma Ant Colony Optimization (ACO) untuk Penyelesaian Vehicle Routing Problem (VRP)*. Skripsi. Depok: Fakultas Teknik Universitas Indonesia.
- Masruroh, Annisa. 2012. *Algoritma Clark and Wright pada Multi Depot Vehicle Routing Problem*. Skripsi. Malang: Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Universitas Negeri Malang.
- Surekha & Sumathi, S. 2011. Solution To Multi-Depot Vehicle Routing Problem Using Genetic Algorithms. *WAP Journal*, (Online), 1(3) : 118-131, (<http://waprogramming.com/papers/voll-no3/%28118-131%29%20Solution%20To%20Multi-Depot%20Vehicle%20Routing%20Problem%20Using%20Genetic%20Algorithms.pdf>), diakses 12 Maret 2013.
- Vittorio Maniezzo, Luca Maria Gambardella, Fabio de Luigi, “Ant Colony Optimization”, http://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-540-39930-8_5 (Online), diakses 12 Maret 2013.

1. Ima Dwi Agustiningsih adalah mahasiswa jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Malang
2. Sapti Wahyuningsih adalah dosen jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Malang