

## Algoritma *belief propagation* untuk menyelesaikan masalah *minimum cost flow* dan implementasi programnya

Nugraheni Novitasari, Mimiép Setyowati Madja  
Universitas Negeri Malang

E-mail: nugraheninovitasari@yahoo.com; mimiépsm@gmail.com

**ABSTRAK:** Masalah distribusi merupakan aplikasi masalah *network flow* yang erat kaitannya dengan masalah dalam kehidupan sehari-hari. Salah satu permasalahan dalam penerapan graph yang populer digunakan yaitu permasalahan *minimum cost flow*. *Minimum cost flow* merupakan permasalahan untuk mencari biaya minimum dalam mengirimkan suatu barang atau objek dari titik *supply* (sumber) ke titik *demand* (tujuan). Algoritma *belief propagation* merupakan salah satu algoritma yang dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan *minimum cost flow*. Pada algoritma *belief propagation*, pemilihan sisi ditentukan oleh fungsi *belief*. Kemudian dilakukan perhitungan untuk mengetahui bahwa sisi  $\hat{x}^N$  optimum. Pada skripsi ini dibuat program *Borland Delphi 7* untuk mengimplementasikan prosedur pencarian solusi *minimum cost flow* untuk menentukan fungsi *belief* yang akan menentukan sisi dari  $\hat{x}^N$  minimum kemudian melakukan perhitungan untuk mengetahui sisi dari  $\hat{x}^N$  optimum.

**Kata Kunci:** Algoritma *belief propagation*, *minimum cost flow*

Ada banyak sekali manfaat yang didapatkan jika mempelajari teori graph, terutama untuk kehidupan sehari-hari. Salah satu model yang banyak dipakai dalam menyelesaikan masalah dalam kehidupan sehari-hari adalah *network flow*. Pada dasarnya *network flow* membahas optimasi yaitu usaha untuk memaksimalkan atau meminimumkan suatu jaringan dengan syarat-syarat tertentu. Pada permasalahan *minimum cost flow* ini digunakan untuk meminimumkan biaya pendistribusian barang pada suatu arus jaringan (*network flow*).

Pada salah satu jurnal berjudul “*Smoothed Analysis of Belief Propagation for Minimum-Cost Flow and Matching*” yang ditulis oleh Brunsch, T, Cornelissen, M, Mathey, B dan Roglin, H menyebutkan bahwa algoritma *belief propagation* dapat digunakan dalam menyelesaikan permasalahan *minimum cost flow*. Berdasarkan jurnal tersebut, maka artikel ini akan membahas algoritma *belief propagation* pada penyelesaian permasalahan *minimum cost flow*.

Untuk mengatasi permasalahan *minimum cost flow* yang memuat banyak titik, dalam skripsi ini juga dilengkapi program untuk mempermudah menentukan biaya minimum yang diperlukan dalam permasalahan tersebut. Program tersebut penulis implementasikan dengan bantuan bahasa pemrograman *Borland Delphi 7*.

## HASIL YANG DIHARAPKAN

Hasil yang diharapkan pada penulisan ini adalah (1) mendeskripsikan langkah-langkah menyelesaikan masalah *minimum cost flow* dengan menggunakan algoritma *belief propagation*, (2) mengimplementasi program dengan bantuan bahasa pemrograman *Borland Delphi 7*, (3) menganalisa perbandingan algoritma *belief propagation* dengan algoritma *network simpleks*.

## PEMBAHASAN

Algoritma *belief propagation* adalah algoritma *message-passing* yang digunakan untuk memecahkan masalah inferensi probabilistik pada model grafis. Hal itu diusulkan oleh Pearl pada tahun 1988 (Bruns, T, dkk: 2013). Ada dua kelebihan *belief propagation*. Pertama, adalah mudah dipahami, sederhana dan implementasinya mudah. Kedua, dalam penerapannya, cara kerja *belief propagation* sangat baik. Algoritma *belief propagation* digunakan untuk meminimumkan biaya dan hasil dari algoritma tersebut merupakan solusi optimal (Gamarnik, dkk: 2012).

Berikut ini langkah-langkah penyelesaian *minimum cost flow* dengan menggunakan algoritma *belief propagation*:

1. Input: inisialisasi yaitu langkah yang menggambarkan keadaan awal dalam bentuk jaringan berarah. Menggambarkan keadaan awal dengan menggambarkan beberapa titik yang terdapat pada permasalahan. Masing-masing titik dihubungkan dengan sisi berarah  $(v, w)$  yang menunjukkan adanya jalan untuk aliran dari titik  $v$  ke titik  $w$ . Setiap sisi  $(v, w)$  mempunyai bobot yang mewakili biaya dinotasikan dengan  $c_e$ . Bobot masing-masing titik yaitu  $b_v$  dan kapasitas kendaraan yaitu  $u_e$ .
2. Tentukan  $\psi_v$  dan  $\psi_w$ . Jika  $\sum_{e \in E_v} \Delta(v, e)z_e = f_v$  maka  $\psi_v = 0$  dengan  $f_v$  adalah titik tujuan dan  $z_e$  merupakan jumlah permintaan setiap alamat

sedangkan jika yang lainnya maka  $\psi_v = \infty$  dan perhitungan tersebut juga diterapkan untuk perhitungan  $\psi_w$ .

3. Tentukan  $\phi_e(z)$ . Jika  $0 \leq z \leq u_e$  maka  $\phi_e(z) = c_e z$  sedangkan jika yang lainnya maka  $\phi_e(z) = \infty$ .
4. Tentukan  $t$ . Jika  $t = 0$  maka  $m_{e \rightarrow v}^0 = 0, \forall z \in \mathbb{R}$  untuk setiap  $e = (v, w) \in E$ , sedangkan untuk  $t = 1, 2, 3, \dots, N$  maka untuk setiap  $e = (v, w) \in E$ , sebagai berikut

$$m_{e \rightarrow v}^t = \phi_e(z) + \min \left\{ \psi_w + \sum m_{e \rightarrow w}^{t-1} \right\}, \forall z \in \mathbb{R}$$

$$m_{e \rightarrow w}^t = \phi_e(z) + \min \left\{ \psi_v + \sum m_{e \rightarrow v}^{t-1} \right\}, \forall z \in \mathbb{R}$$

5. Kemudian menentukan fungsi belief sebagai berikut:

$$b_e^N = \phi_e(z) + \sum m_{e \rightarrow w}^{N-1} + \sum m_{e \rightarrow v}^{N-1}$$

6. Menghitung  $\hat{x}^N = \min b_e^N$
7. Kemudian untuk mengetahui apakah sisi yang dipilih  $\hat{x}^N$  itu merupakan sisi optimal, dilakukan perhitungan sebagai berikut:

Jika  $\min\{b_e^N\} > (\hat{x}^N + \max\{\phi_e(z)\})$  maka  $\hat{x}^N$  optimal,  $b_e^N$  yang merupakan biaya dari sisi yang menuju pada titik yang sama dan  $\phi_e(z)$  merupakan biaya dari sisi yang terhubung sebelum sisi yang terpilih. Jika tidak ada  $b_e^N$  yang menuju titik yang sama maka sisi tersebut sudah optimal.  $b_e^N = 0$  jika sisi dari  $b_e^N$  sudah dipilih dan optimal.

8. Fase perulangan

Pada fase ini dilakukan perulangan langkah 4 sampai 7 hingga menemukan solusi optimum.

9. Output: jika sudah didapatkan solusi optimum langkah selanjutnya adalah menggambarkan digraph solusi optimum dengan aliran  $c_e$  serta menghitung  $Z = \min \sum_{e \in E} c_e x_e$ . Simbol  $Z$  merupakan biaya total yang akan digunakan.

Algoritma *belief propagation* diterapkan pada beberapa contoh permasalahan *minimum cost flow* dengan 4 titik, 5 titik, 28 titik dan 51 titik. Contoh permasalahan dengan data 28 titik merupakan data dari laporan PKL penulis yang diselesaikan dengan algoritma *network simpleks* yang berjudul Optimalisasi Biaya Pendistribusian dengan Menggunakan Algoritma Jaringan

Simpleks pada *Minimum Cost Flow* pada pendistribusian paket barang di JNE (Jalur Nugraha Ekakurir) Pusat Malang. Penyelesaian dari laporan PKL tersebut menggunakan *Giden yang open source*. Solusi yang diperoleh kemudian dibandingkan dengan solusi yang diperoleh dengan algoritma *belief propagation*. Hasil perbandingan dari penyelesaian algoritma *belief propagation* dan algoritma *network simpleks* yaitu diperoleh rute yang sama namun biaya yang diperoleh dengan menggunakan algoritma *belief propagation* lebih minimum daripada hasil perhitungan dengan menggunakan algoritma *network simpleks*.

Selain uji coba 28 titik juga dilakukan uji coba 51 titik. Uji coba ini digunakan untuk mengetahui bahwa program dari algoritma ini bisa mencapai 51 titik. Implementasi program untuk menyelesaikan permasalahan *minimum cost flow* dengan menggunakan algoritma *belief propagation* dibuat dengan bantuan program *Borland Delphi 7*.

## KESIMPULAN

1. Proses penyelesaian masalah *minimum cost flow* dengan algoritma *belief propagation* dilakukan melalui beberapa langkah pertama di mulai dengan langkah inisialisasi yaitu menggambarkan keadaan awal dengan jaringan berarah dan beberapa titik yang terdapat pada permasalahan. Masing-masing titik dihubungkan dengan sisi berarah  $(v, w)$  yang menunjukkan adanya jalan untuk aliran dari titik  $v$  ke titik  $w$ . Setiap sisi  $(v, w)$  mempunyai bobot yang mewakili biaya dinotasikan dengan  $c_e$ . Permintaan sebagai bobot titik, biaya sebagai bobot sisi dan kapasitas maksimum kendaraan kemudian dilanjutkan dengan langkah inisialisasi yaitu menggambar keadaan awal dengan menggambarkan Bobot masing-masing titik yaitu  $b_v$  dan kapasitas kendaraan yaitu  $u_e$ , kemudian menghitung  $\psi_v(z)$  dan  $\phi_e(z)$ . Langkah selanjutnya yaitu menentukan  $m_{e \rightarrow v}^t$  dan  $m_{e \rightarrow w}^t$ . Setelah itu menentukan  $b_e^N$  dan menghitung minimum dari  $\hat{x}^N$ , setelah itu memeriksa sisi optimal yang dipilih dari  $\hat{x}^N$ . Iterasi terjadi dari menentukan  $m_{e \rightarrow v}^t$  dan  $m_{e \rightarrow w}^t$  sampai didapatkan  $\hat{x}^N$  yang optimal. Output dari proses tersebut adalah berupa gambar digraph solusi optimum dengan aliran  $c_e$  serta menghitung  $Z = \min \sum_{e \in E} c_e x_e$ .

2. Hasil perhitungan algoritma *belief propagation* untuk pencarian *minimum cost flow* yang dilakukan dengan menggunakan program sama dengan hasil perhitungan manual.
3. Hasil perbandingan dari penyelesaian algoritma *belief propagation* dan algoritma *network simpleks* yaitu diperoleh rute yang sama namun biaya yang diperoleh dengan menggunakan algoritma *belief propagation* lebih minimum daripada hasil perhitungan dengan menggunakan algoritma *network simpleks*.

#### DAFTAR RUJUKAN

- Aldous, Joan M. and Wilson, Robin J. 2004. *Graphs and Applications An Introductory Approach*. London : Springer.
- Ahuja, R.K, Magnanti, T. L, dan Orlin, J. B. 1993. *Network Flows Theory, Algorithms, and Applications*. New Jersey : Prentice-Hall, Inc.
- Brunsch, Tobias, Cornelissen, M, Mathey, B, dan Roglin, H.2013. *Smoothed Analysis of Belief Propagation for Minimum-Cost Flow and Matching*, (Journal of Graph Algorithm and Application), 17 (6): 647-670, (Online), diakses 20 Maret 2014.
- Gamarnik, D, Shah, D and Wei, Y. 2014. *Belief propagation for min-cost network flow: Convergence and correctness*, (Journal Operations Research), 60 (2):410-428, (Online), diakses 22 Maret 2014.
- Johsohnbaugh, R. 2001. *Discrete Mathematics*. New Jersey : Prentice Hall, Inc.
- Novitasari, Nugraheni. 2014. *Optimalisasi Biaya Pendistribusian dengan Menggunakan Algoritma Jaringan Simpleks pada Minimum Cost Flow pada Pendistribusian Paket Barang di Jne (Jalur Nugraha Ekakurir) Pusat Malang, (PKL)*.
- Ratnawati. 2010. *Penerapan Algoritma Jaringan Simpleks Terhadap Masalah Pendistribusian Surat dan Barang Pada PT. Pos Indonesia (PERSERO) Blitar, (PKL)*.
- Rossen, K.H. 2000. *Handbook of Discrete and Combinatorial Mathematics*. Washington, D.C : CRC Press.