

**IMPLEMENTASI ALGORITMA *BRANCH AND BOUND* PADA
DISTANCE CONSTRAINED CAPACITED VEHICLE ROUTING PROBLEM
(DCVRP)**

Reny Maghfiroh¹, Susy Kuspambudi Andaini²
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI MALANG
E-mail: renymaghfiroh93@gmail.com

Abstrak: *Distance Constarined Capacited Vehicle Routing Problem* (DCVRP) merupakan permasalahan penentuan rute optimal kendaraan dalam melayani *customer*, dengan batasan kapasitas kendaraan dan ditambah satu batasan lagi yaitu jarak tempuh kendaraan. Kendaraan tersebut berangkat dan kembali pada depot yang sama. Algoritma *Branch and Bound* terdapat 3 tahap. Tahap pertama uji jarak *customer*, tahap kedua uji kapasitas *customer*. *Customer* yang lolos pada tahap uji pertama dan kedua akan masuk pada tahap terakhir yaitu pembentukan rute. Ketentuan pada tahap uji jarak *customer* adalah dua kali jarak setiap *customer* terhadap depot kurang dari jarak maksimal. Sedangkan untuk uji kapasitas, permintaan setiap *customer* disyaratkan kurang dari kapasitas maksimal. Selanjutnya untuk proses di tahap pembentukan rute yaitu, depot selalu dipilih sebagai titik awal rute. Kemudian memilih dua *customer* dengan jarak terdekat ke depot secara berurutan, *customer* terpilih diuji kapasitas. *Customer* yang memenuhi uji kapasitas dan memiliki jarak terpendek adalah yang dipilih untuk masuk pada rute. Oleh sebab itu, untuk mempermudah pencarian rute, Algoritma *Branch and Bound* tersebut diimplementasikan ke dalam program komputer menggunakan Delphi 7.

Kata Kunci: *Distance Constarined Capacited Vehicle Routing Problem* (DCVRP), Algoritma *Branch and Bound*,

Abstract: *Distance Constarined Capacited Vehicle Routing Problem* (DCVRP) is the problem of determining the optimal route in a vehicle serving the customer, with the limits of the vehicle and added one more limitation that vehicle mileage. These vehicles depart and return on the same depot. Branch and Bound algorithm are 3 stages. The first stage of the test the distance customer, the second stage of test customer capacity. Customer who pass the first test and the second stage will enter the final stage of establishing the route. Provisions in the test phase within the customer is twice the distance of each customer to the depot is less than the maximum distance. As for the capacity test, each customer demand required less than maximum capacity. Further to the process in the formation stage, namely, the depot has always been as a starting point route. Then choose two customers with the shortest distance to the depot in order, the customer elected tested capacity. Customer who meets the test of capacity and has the shortest distance is selected to go on the route. Therefore, to simplify the search of route, the Branch and Bound algorithm is implemented into a computer program using Delphi 7.

Keywords: *Distance Constarined Capacited Vehicle Routing Problem* (DCVRP), Branch and Bound Algorithm.

-
1. Reny Maghfiroh adalah mahasiswa jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Malang
 2. Susy Kuspambudi A. adalah dosen jurusan matematika FMIPA Univeritas Negeri Malang

Banyak sekali permasalahan yang terjadi di kehidupan manusia dalam kesehariannya. Matematika merupakan disiplin ilmu yang sering sekali dapat membantu memecahkan masalah tersebut. Teori graph merupakan salah satu cabang matematika yang penting dan banyak manfaat karena teori-teorinya dapat diterapkan dalam kehidupan sehari-hari (*Purwanto, 1998*). Salah satu model yang banyak dipakai dalam menyelesaikan masalah dalam kehidupan sehari-hari adalah *Travelling Salesman Problem* (TSP). pengembangan TSP yang menghasilkan *cycle* lebih dari satu disebut *Vehicle Routing Problem* (VRP). Salah satu jenis VRP yang sering dibicarakan adalah *Capacited Vehicle Routing Problem* (CVRP). Secara sederhana CVRP merupakan VRP dengan kendala kapasitas pada *vehicle* (kendaraan). Pada CVRP dibagi lagi menjadi beberapa jenis, diantaranya yaitu *Multiple Depot Vehicle Routing Problem* (MDVRP), *Capacited Vehicle Routing Problem with Time Window* (CVRPTW) dan *Distance Constrained Capacited Vehicle Routing Problem* (DCVRP). Diantara ketiga jenis dari CVRP tersebut, DCVRP merupakan jenis CVRP yang belum pernah dikaji untuk skripsi di jurusan matematika FMIPA Universitas Negeri Malang. DCVRP merupakan perluasan dari CVRP, yaitu disamping membatasi kapasitas kendaraan juga membatasi jarak tempuh kendaraan pada setiap rute.

Telah disebutkan sebelumnya bahwa salah satu algoritma untuk menyelesaikan permasalahan TSP adalah algoritma *Branch And Bound*. Penggunaan algoritma *Branch And Bound* pada TSP ini telah terbukti optimal dan proses pengerjaan menggunakan algoritma tersebut sederhana sehingga mudah dipahami dan diaplikasikan. Oleh karena itu algoritma *Branch And Bound* akan dikembangkan untuk dapat menyelesaikan permasalahan DCVRP. Berdasarkan uraian di atas, akan dibahas mengenai algoritma *Branch and Bound* pada permasalahan *Distance Constrained Capacited Vehicle Routing Problem* (DCVRP).

HASIL YANG DIHARAPKAN

1. Menjelaskan Algoritma *Branch and Bound* pada *Distance Constrained Capacited Vehicle Routing Problem* .
2. Menerapkan Algoritma *Branch and Bound* pada *Distance Constrained Capacited Vehicle Routing Problem* dengan contoh-contoh khusus.
3. Implementasi permasalahan *Distance Constrained Capacited Vehicle Routing Problem* dengan Algoritma *Branch and Bound* menggunakan *Delphi 7*.
4. Menjelaskan simulasi aplikasi Algoritma *Branch and Bound* menggunakan Bahasa *Delphi 7*.

HASIL DAN PEMBAHASAN

- ***Distance Constrained Capacited Vehicle Routing Problem (DCVRP)***

DCVRP merupakan permasalahan penentuan rute optimal kendaraan dalam melayani *customer* dimana kendaraan berangkat dan kembali pada depot yang sama dengan kendala kapasitas kendaraan dan ditambah satu kendala lagi yaitu kendala jarak tempuh kendaraan yang dibatasi.

Permasalahan DCVRP dapat dideskripsikan sebagai berikut:

1. Terdapat satu depot distribusi barang dan sejumlah kendaraan sejenis pada depot dengan kapasitas tertentu yang melayani permintaan *customer*.
2. Setiap kendaraan harus memulai dan mengakhiri rutenya pada depot.
3. Jarak tempuh total yang akan dijalani setiap kendaraan tidak boleh lebih dari jarak tempuh maksimal kendaraan (R).
4. Setiap jarak antar *customer* ke depot harus kurang dari sama dengan jarak tempuh maksimal kendaraan (R).
5. Jumlah total permintaan yang akan dilayani setiap kendaraan tidak boleh melebihi kapasitas kendaraan (Q).
6. Tiap customer $i = \{1,2,3, \dots, n\}$ terdapat permintaan q_i . Data mengenai lokasi depot dan *customer* serta jarak antar depot ke *customer* serta antar *customer* c_{ij} diketahui.

Fungsi tujuan DCVRP yaitu untuk meminimalkan total biaya perjalanan semua kendaraan.. Batasan-batasan untuk DCVRP adalah sebagai berikut:

Batasan 1 : Total permintaan dari semua *customer* dalam satu rute tidak boleh melebihi kapasitas kendaraan dan kapasitas setiap kendaraan sama.

$$\sum_{i=0}^m \sum_{j \neq i, j=1}^m q_i x_{ij}^k \leq Q^k, \forall k \in V$$

Batasan 2 : Setiap kendaraan harus meninggalkan *customer* yang telah dikunjungi dan mengunjungi *customer* berikutnya

$$\sum_{i=0}^m x_{ij}^k - \sum_{i=0}^m x_{ji}^k = 0, \quad \forall j \in N - \{0\}, \forall k \in V$$

Batasan 3 : Total jarak dari semua *customer* dalam satu rute tidak boleh melebihi jarak tempuh maksimal kendaraan dan jarak tempuh maksimal setiap kendaraan sama.

$$\sum_{i=0}^m \sum_{j \neq i, j=1}^m r_{ij} x_{ij}^k \leq R^k, \forall k \in V$$

Batasan 4 : Jarak dari setiap *customer* terhadap depot tidak boleh lebih dari setengah jarak maksimal.

$$r_{i0} \leq R/2, \quad \forall i \in N - \{0\}$$

Keterangan:

q_i adalah waktu permintaan *customer* i

r_{ij} adalah jarak dari *customer* i ke *customer* j

Q^k adalah kapasitas maksimal kendaraan k

R^k adalah jarak tempuh maksimal kendaraan k

- **Algoritma Branch and Bound pada Distance Constrained Capacited Vehicle Routing Problem (DCVRP)**

Algoritma *Branch and Bound* yang digunakan untuk menyelesaikan DCVRP ini merupakan algoritma yang dikembangkan dari algoritma *Branch and Bound* pada TSP. untuk menyelesaikan optimasi (Ifah Q, 2005). Dalam penyelesaian DCVRP untuk algoritma *Branch and Bound*, *customer* diseleksi diawal berdasarkan kendala jarak dan kapasitas maksimal. *Customer* yang melanggar kendala tersebut tidak dapat dilayani.

Algoritma *Branch and Bound* terdiri dari tiga tahap yaitu:

1. Uji kendala jarak

Menguji kendala jarak setiap *customer*, jika *customer* yang melanggar atau melebihi kendala jarak, maka *customer* tersebut tidak dapat dilayani.

Ketentuannya, dua kali jarak setiap *customer* terhadap depot adalah kurang dari jarak maksimal. Jika *customer* memenuhi kendala jarak, maka *customer* tersebut masuk ke tahap uji kendala kapasitas.

Berikut rumus untuk uji kendala jarak:

$$r_{0i} + r_{i0} \leq R, \quad i \in N - \{0\}$$

2. Uji kendala Kapasitas

Menguji kendala kapasitas setiap *customer*. Jika *customer* memenuhi kendala kapasitas, maka *customer* tersebut berlanjut ke tahap pembentukan rute. Jika tidak memenuhi, maka *customer* tersebut tidak dapat dilayani,

Berikut rumus untuk uji kendala kapasitas

$$q_i \leq Q, \quad i \in N - \{0\}$$

3. Pembentukan Rute.

Iterasi ke $i = 1$

- Dipilih depot sebagai titik awal.
- Dipilih *customer* dengan jarak terpendek.
- Dibentuk graph *treenya* untuk rute yang telah diperoleh.

Iterasi ke $i = i + 1$

- Dari rute yang telah terbentuk pada iterasi sebelumnya dibentuk lagi kemungkinan *brancnya* ke titik/*customer* yang belum masuk pada rute.
- Diuji kendala jarak dengan rumus:

$$r_{0i} + r_{ij} + \dots + r_{k0} \leq R, \quad i, j, k \in N - \{0\}$$

Dipilih dua rute dengan jarak terpendek secara berurutan.

- Diuji kendala kapasitas dengan rumus:

$$q_i + q_j + \dots + q_k \leq Q, \quad i, j, k \in N - \{0\}$$

Jika kedua rute memenuhi uji kapasitas, dipilih rute dengan jarak terpendek ke depot untuk masuk rute, ketika hanya salah satu yang memenuhi maka rute memenuhi yang dipilih. Sedangkan jika kedua rute tidak memenuhi maka dipilih dua rute baru.

- Dibentuk graph *tree* untuk rute yang telah diperoleh.

Iterasi terus berlanjut sampai titik-titik yang masuk pada tahap pembentukan rute masuk pada rute.

• **Contoh Penerapan**

Suatu perusahaan *Z* melakukan kegiatan pendistribusian barang terhadap 5 *customer* yang tersebar pada suatu wilayah. Permasalahannya adalah perusahaan *Z* ingin menemukan rute pendistribusian yang optimal sehingga dapat menghemat biaya pendistribusian. Dengan kapasitas angkut kendaraan yang digunakan adalah 200 unit. Jarak maksimal yang dapat ditempuh kendaraan tersebut adalah 40km. jumlah permintaan *customer* disajikan dalam tabel berikut:

<i>Customer</i>	1	2	3	4	5
Permintaan	60	40	75	65	50

Sedangkan jarak antar *customer* serta jarak antara *customer* dan depot disajikan dalam tabel berikut :

	0	1	2	3	4	5
0	-	14	8	11	5	12
1		-	6	15	5	9
2			-	19	16	7
3				-	13	17
4					-	18
5						-

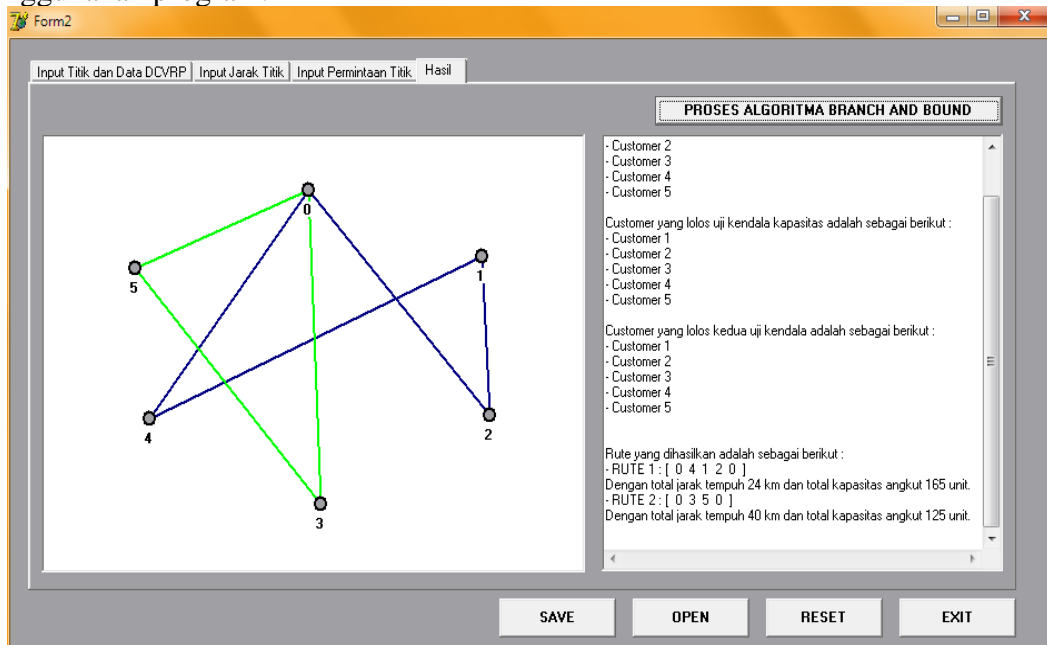
Pada permasalahan pendistribusian oleh perusahaan Z yang diselesaikan dengan algoritma *Branch and Bound* menghasilkan dua rute kendaraan yaitu:

Rute pertama : 0-4-1-2-0 dengan total jarak tempuh 24km dan total kapasitas angkut 165 unit.

Rute kedua : 0-3-5-0 dengan jarak tempuh total 40 km dan total kapasitas angkut 165 unit.

Algoritma *Branch and Bound* diimplementasikan ke dalam program komputer. Untuk menjalankannya, diawali dengan menginputkan data seperti banyaknya titik dengan titik 0 sebagai depot dan titik lainnya sebagai *customer*, jarak antar titik, permintaan tiap *customer*, jarak dan kapasitas maksimal kendaraan. Data tersebut di atas akan diproses sesuai dengan tahapan algoritma *Branch and Bound* yaitu uji jarak, uji kapasitas dan membentuk rute. Output dari proses tersebut berupa visualisasi rute dengan graph dan memo. Memo berisi informasi deskriptif tentang *customer* yang lolos uji jarak dan kapasitas serta rute terbentuk, yang dilengkapi informasi total jarak tempuh dan kapasitas tiap rute terbentuk.

Berikut ini adalah penyelesaian permasalahan distribusi tersebut dengan menggunakan program.



Gambar 3 : Tampilan hasil perhitungan program

Berdasarkan Gambar 3 tersebut, diperoleh informasi sebagai berikut:

1. *Customer* yang lolos uji jarak adalah:
Customer 1, 2, 3, 4 dan 5
2. *Customer* yang lolos uji kapasitas adalah:

Customer 1, 2, 3, 4 dan 5

3. Membentuk dua rute,

Rute 1 : [0 4 1 2 0], total jarak 24km dan total kapasitas angkut 165 unit.

Rute 2 : [0 3 5 0], total jarak 40 km dan total kapasitas angkut 125 unit.

Program *Branch and Bound* ini telah diuji coba dengan menggunakan 6, 10, 20, 52 sampai 100 titik.

KESIMPULAN

1. Penyelesaian permasalahan *Distance Constrained Capacited Vehicle Routing Problem* (DCVRP) menggunakan Algoritma *Branch and Bound* memiliki tiga tahapan. Tahap pertama uji jarak *customer*, tahap kedua uji kapasitas *customer*. *Customer* yang lolos pada tahap uji jarak dan kapasitas akan masuk pada tahap terakhir yaitu pembentukan rute. Ketentuan pada tahap uji jarak *customer* adalah dua kali jarak setiap *customer* terhadap depot kurang dari jarak maksimal. Sedangkan untuk uji kapasitas, permintaan setiap *customer* disyaratkan kurang dari kapasitas maksimal. Selanjutnya untuk proses di tahap pembentukan rute yaitu, depot selalu dipilih sebagai titik awal rute. Kemudian memilih dua *customer* dengan jarak terdekat ke depot secara berurutan, *customer* terpilih diuji kapasitas. *Customer* yang memenuhi uji kapasitas dan memiliki jarak terpendek adalah yang dipilih untuk masuk pada rute. Proses ini berlanjut sampai salah satu batasan dilanggar. Ketika batasan dilanggar maka dibentuk rute baru dengan proses yang sama. Jika semua *customer* pada tahap pembentukan rute telah masuk pada rute, maka proses berhenti.
2. Implementasi algoritma *Branch and Bound* terhadap bahasa pemrograman *Borland Delphi 07*, dirancang secara terstruktur. Di dalam program terdapat tiga *procedure* yang digunakan. *Procedure* pertama untuk tahap uji jarak, kedua untuk uji kapasitas dan *procedure* terakhir untuk tahap pembentukan rute. Output program berupa gambar dan memo. Informasi gambar merupakan graph dari rute terbentuk. Sedangkan memo berisi informasi deskriptif mengenai *customer* yang lolos serta tidak lolos uji jarak dan kapasitas, juga rute terbentuk yang dilengkapi dengan informasi jarak dan kapasitas total tiap rute. Program diuji coba menggunakan data inputan 6, 10, 20, 52 sampai 100 titik. Eksekusi program tanpa ada kendala. Jumlah titik tidak berpengaruh terhadap waktu proses pencarian solusi. Program ini juga difasilitasi penyimpanan data inputan pada file dan juga fasilitas untuk membuka kembali file tersimpan.

SARAN

Program algoritma *Branch and Bound* pada DCVRP ada fasilitas untuk menyimpan (*save*) dan memanggil (*open*) kembali suatu file yang telah disimpan. Saat input titik melalui *open* file yang disimpan berjumlah lebih dari 20 titik, proses *open* file tersebut menjadi lebih lama dari pada input titik kurang dari 20 titik. Hal ini dikarenakan pada waktu menyimpan data, selain data jarak dan permintaan yang terkait dengan titik serta jarak dan kapasitas maksimal kendaraan, informasi posisi titik juga disimpan. Peneliti selanjutnya dapat mengembangkan program ini untuk menghindari hal ini.

Proses penginputan data pada program ini menggunakan cara langsung atau membuka file yang disimpan pada *Delphi*. Peneliti selanjutnya juga dapat melakukan pengembangan, yaitu proses input data bisa menggunakan data yang telah ada dalam *file* jenis lain. Misal, program dapat menggunakan data dari file *excel*.

DAFTAR PUSTAKA

- Alvina, G.H. 2007. Distance Constrained Capacited Vehicle Routing Problems with Flexible Assignment of Start and End Depots. *ScienceDirect*, 13 (1): 140-152.
- Purwanto. 1998. *Matematika Diskrit*. Malang: Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Malang.
- Qari, Ifah H. 2005. Penggunaan Metode Matriks Normal dan Metode Branch and Bound untuk menyelesaikan Persoalan Travelling Salesman Problem. Skripsi tidak diterbitkan. Malang: MIPA Universitas Negeri Malang.
- Satyananda, Darmawan. 2015. *Struktur Data*. Malang : Universitas Negeri Malang.
- Suthikarnnaruna, N. 2008. A Sweep Algorithm For The Mix Fleet Vehicle Routing Problems. *IMECS*, 3 (1): 978-988 (Online), (http://www.iaeng.org/publication/IMECS2008/IMECS2008_pp1914-1919.pdf)