

***Forward Modelling* pada Medium Bumi Berlapis dengan Algoritma *Seismic Ray Tracing* Berbasis MATLAB**

Hilwa Mar'atus Sholihah, Daeng Achmad Suaidi

Universitas Negeri Malang, Jl. Semarang No. 5 Malang, Jawa Timur, Indonesia

*Penulis korespondensi, Surel: daeng.achmad.fmipa@um.ac.id

Paper received: xx-xx-xxxx; revised: xx-xx-xxxx; accepted: xx-xx-xxxx

Abstract

The purpose of this research is to know the value of travel time on horizontally graded layers and the shape of the raypath curve on horizontally graded layers. The tomographic imaging design in this study is ray tracing travel time modeling. Ray tracing travel time modeling is a forward modeling that is carried out iteratively until the travel time data is obtained. To determine the travel time of seismic waves, a shooting method with the principle of Snell's law is used. The shooting method uses the initial position and the direction of the given beam to blend into the desired position. Raypath is determined by entering the estimated angle in the raypath equation until the final beam of light is closest to the receiving point (receiver point). In this study, subsurface imaging is shown by a raypath pattern that fits the layer model for all variations. In this study, the results for the largest travel time were 1.2728 seconds (single layer model) with $v=(1000,1000)$ m/s for receiver(1000,0). The smallest travel time is 0.4833 seconds (three layers model) with $v=(3000,2500,1000)$ m/s for the receiver(100,0) m. The longest track length is 1374.529 m (four layer model) with $v=(3000,2500,1000,500)$ m/s for receiver(1000,0). The smallest path length is 900 m in all layer models for receivers(100,0) m because in all layer models for receivers (100,0) m seismic wave propagation does not experience refraction.

Keywords: Ray Tracing ; Raypath ; Seismic Waves

Abstrak

Tujuan penelitian adalah mengetahui nilai travel time pada lapisan bergradasi horizontal dan bentuk kurva raypath pada lapisan bergradasi horizontal. Rancangan pencitraan tomografi pada penelitian ini yaitu pemodelan ray tracing travel time. Pemodelan ray tracing travel time ialah pemodelan maju yang dilaksanakan secara iteratif sampai diperoleh data travel timenya. Untuk menentukan waktu tempuh gelombang seismik digunakan metode *shooting* dengan prinsip Hukum Snellius. Metode *shooting* menggunakan posisi awal dan arah sinar yang diberikan guna menyatu ke posisi yang diinginkan. *Raypath* ditentukan dengan memasukkan sudut estimasi pada persamaan *raypath* hingga berkas akhir sinarnya paling mendekati titik penerima (titik receiver). Pada penelitian ini pencitraan bawah permukaan ditunjukkan oleh pola raypath yang sesuai dengan model lapisan untuk semua variasi. Pada penelitian ini didapatkan hasil untuk waktu tempuh paling besar yaitu 1,2728 detik (model satu lapisan) dengan $v=(1000,1000)$ m/s untuk receiver(1000,0). Untuk waktu tempuh paling kecil yaitu 0,4833 detik (model tiga lapisan) dengan $v=(3000,2500,1000)$ m/s untuk receiver(100,0) m. Untuk panjang lintasan paling besar yaitu 1374,529 m (model empat lapisan) dengan $v=(3000,2500,1000,500)$ m/s untuk receiver(1000,0). Untuk panjang lintasan paling kecil yaitu 900 m pada semua model lapisan untuk receiver(100,0) m karena pada semua model lapisan untuk receiver (100,0) m perambatan gelombang seismik tidak mengalami pembiasan.

Kata kunci: Ray Tracing ; Raypath ; Gelombang Seismik

1. Pendahuluan

Dalam penelitian ini pencitraan bawah permukaan dilakukan dengan pemodelan seismik menggunakan metode pelacakan sinar (*ray tracing*). Pemodelan ray tracing sudah dikenal terlebih dahulu dalam bidang eksplorasi geofisika seismik refleksi (Susilawati, 2014). Dalam metode seismik refleksi, ketersediaan data riil untuk pemodelan seismik dapat dipenuhi dengan akuisisi data yang lebih leluasa tanpa menunggu event gempa sebagaimana metode seismik pasif (dalam penelitian ini seismik vulkanik) yang hanya mengandalkan gempa bumi sebagai sumber pembangkit gelombang seismik.

Disamping itu teknik instalasi sumber getar (*shot point*) dan perekam (*geophone*) dalam seismik refleksi dapat dilakukan secara fleksibel sesuai keinginan, namun tidak demikian bagi seismik vulkanik (Jonathan, 2012). Dari segi pemenuhan kebutuhan data untuk melakukan pemodelan, aktivitas pemodelan seismik refleksi lebih mudah dilakukan dibandingkan dengan pemodelan seismik gempa bumi (ISKANDAR, 2013). Hal ini merupakan salah satu permasalahan yang menjadipertimbangan dalam penelitian pemodelan seismik.

Permasalahan yang lain adalah, dalam seismik vulkanik letak sumber pembangkit gelombang seismik atau hiposenter berada di kedalaman bawah permukaan, sehingga struktur interior bawah permukaan dimodelkan berdasarkan penjalaran gelombang bias.

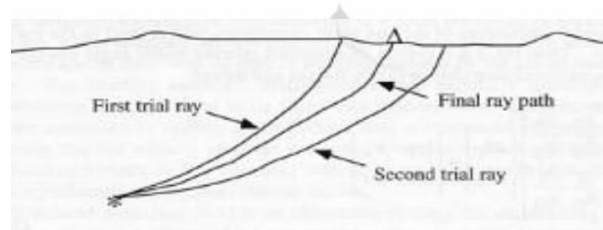
Berdasarkan permasalahan diatas dalam penelitian ini akan dirancang dan diimplementasikan pemodelan seismik berbasis aktivitas vulkanik dengan metode *raytracing*. Dengan metode ini, pemodelan seismik memerlukan variasi distribusi lokasi hiposenter, dan variasi posisi stasiun secara lateral (Gjøystdal et al., 2007). Pemodelan seismik dilakukan untuk merekonstruksi penjalaran gelombang seismik melalui model geologi tertentu. Pemodelan seismik dilakukan untuk mengetahui dan memahami bagaimana penjalaran gelombang seismik melalui model geologi yang kompleks (Elnashai & Di Sarno, 2015). Dalam penelitian ini pemodelan seismik dilakukan dengan menggunakan metode ray tracing.

Pada penelitian ini peneliti melakukan penelitian untuk gelombang seismik pada medium bumi berlapis karena gelombang seismik dapat digunakan sebagai metode untuk mengetahui struktur bawah permukaan. Sedangkan pemodelan berbasis pemrograman numerik digunakan untuk mensimulasikan perilaku perambatan gelombang seismik pada medium di bawah permukaan untuk lebih memberikan kepastian interpretasi terhadap model struktur bawah permukaan tersebut dimana berdasarkan model/pola rambat gelombang seismik.

Dari penelitian yang dilakukan oleh Sugeng Widodo, Yusuf DH, dan Sahid pada tahun 2014, dilaksanakan pengukuran seismik di sekitar mata air panas Diwak dan Derekan Kecamatan Bergas Kabupaten Semarang. Dari data lapangan tersebut diperoleh data travel time gelombang seismik. Datanya ditentukan dengan cara waktu tiba gelombang pertama dan diplot ke kurva travel time dan dilakukan analisis nilai travel timenya. Kecepatan gelombang seismik tersebut pada lapisan pertama dan lapisan kedua lalu diperoleh dari kurva travel time. Pemodelan penampang bawah permukaan ternyata ada perbedaan kecepatan gelombang lapisan pertama (v_1), kecepatan gelombang untuk lapisan kedua (v_2) dan juga kedalaman setiap lintasan, diperoleh untuk v_1 nya yaitu 297 sampai 412 meter/sekon yang ditafsirkan lapisan aluvium. Lalu untuk lapisan kedua diperoleh kecepatan (v_2) yaitu 471 sampai 697 meter/sekon yang ditafsirkan sebagai lapisan soil. Kedalaman penetrasinya yakni 5,84 sampai 11,7 meter. Pada hasil penelitian di lapangan Derekan diperoleh struktur dua perlapisan yakni,

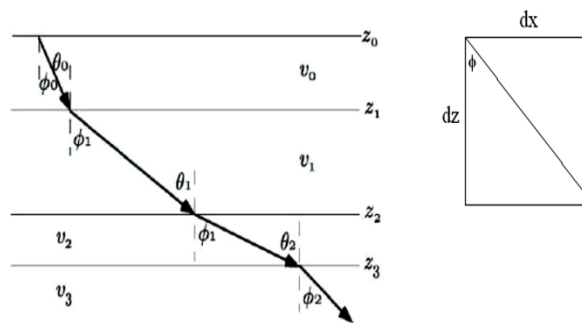
v1 sebesar 546 sampai 1011 meter/sekon yang ditafsirkan lapisan aluvium. Lapisan kedua diperoleh (v2) sebesar 1081 sampai 1714 meter/sekon yang ditafsirkan batuan lempung. Penetrasi yang direkam yakni 0,75 sampai 9,16 meter (Hudha et al., 2014).

Pada model bumi berlapis, ray tracing dilaksanakan dengan mengikuti Hukum Snellius (Gjøystdal et al., 2007). Pada metode penembakan sinar, raypath ditentukan dengan cara memasukkan sudut estimasi dalam persamaan raypath hingga berkas akhir sinar paling mendekati titik penerimanya (Qiu et al., 2019). Gambar berikut menerangkan proses dari metode penembakan sinar dengan memodelkan raypath pada gelombang seismik.



Gambar 1. Skema pada Metode Penembakan Sinar (Metode Shooting) (Yang, 2003)

Gambar berikut ini menjelaskan penelusuran jejak sinar yang melewati lapisan-lapisan bumi pada kedalaman z pada nilai kecepatan v serta sudut datang dan transmisi sinar.



Gambar 2. Ray Tracing pada Model Bumi Berlapis.

Tujuan dalam penelitian ini adalah mengetahui nilai travel time pada lapisan bergradasi horizontal dan juga untuk mengetahui bentuk kurva raypath pada lapisan bergradasi horizontal.

2. Metode

2.1 Deskripsi Alat

Peralatan yang digunakan pada penelitian ini yaitu laptop dan software yang digunakan ialah matlab, dimana matlab yang digunakan yaitu matlab R2018a 64 bit.

2.2 Jenis Data

Data yang diambil pada penelitian ini antara lain:

1. Nilai travel time pada lapisan bergradasi horizontal
2. Kurva raypath pada lapisan bergradasi horizontal

2.3 Rancangan Penelitian

2.3.1 Studi Literatur

Dimana studi Literatur yang dilaksanakan pada penelitian ini adalah dengan mengumpulkan dan mempelajari sumber-sumber yang diperlukan seperti ebook, jurnal, maupun beberapa informasi yang relevan dengan penelitian ini.

2.3.2 Perancangan Sistem

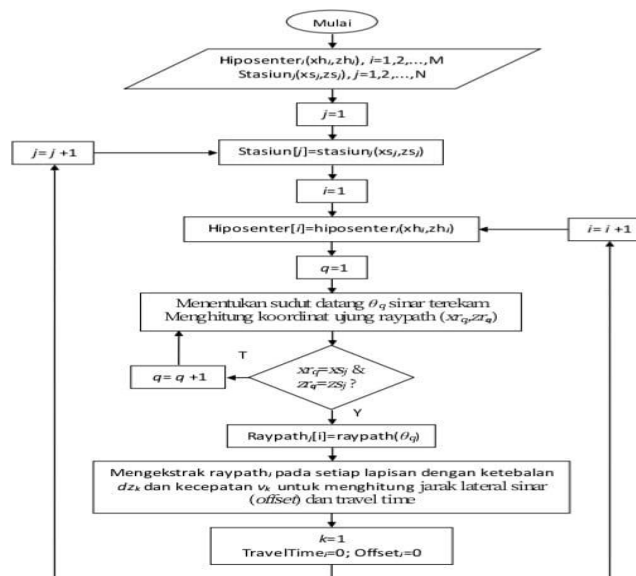
Adalah proses pada perancangan sistem pemodelan seismik dengan medium bawah permukaan. Rancangan pencitraan tomografi pada penelitian ini adalah pemodelan ray tracing travel time. Pemodelan ray tracing travel time ialah pemodelan forward (Koulakov et al., 2011). Dimana pemodelan forward dilaksanakan secara iteratif sampai didapat data travel timenya (Koulakov et al., 2013). Untuk menentukan waktu tempuh (travel time) gelombang seismik, pada penelitian ini pemodelan ray tracing travel time menggunakan metode Penembakan Sinar (Shooting). Dimana metode penembakan sinar dalam ray tracing ini menggunakan prinsip hukum Snellius, metode shooting menggunakan posisi awal dan arah sinar yang diberikan guna menyatu ke posisi yang diinginkan (P.R. McGillivray, 2012). Raypath ditentukan dengan cara memasukkan sudut estimasi pada persamaan raypath hingga pada berkas akhir sinarnya paling mendekati titik penerima (titik receiver) (E. Iversen, 2022). Posisi sumber ini diambil sebagai titik awal lalu sinar ditembakkan dari titik ini dengan sudut estimasi.

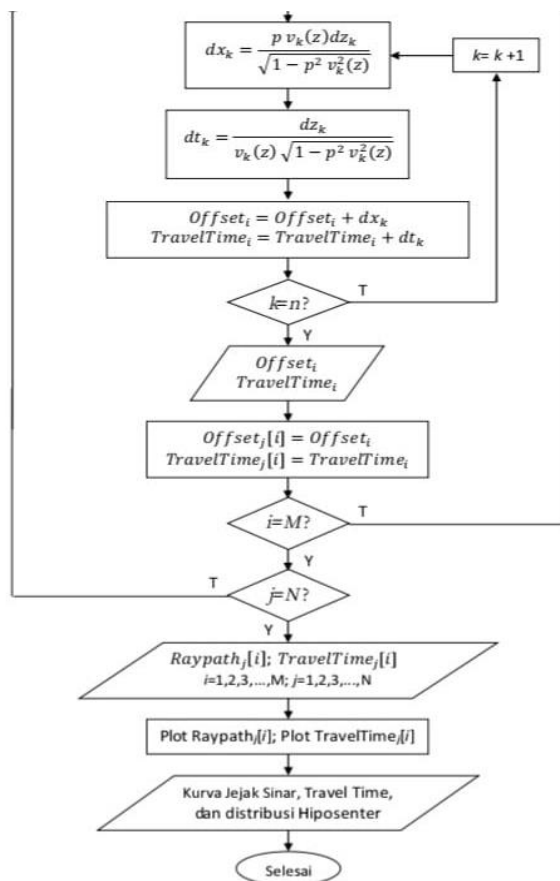
2.3.3 Pengkodean

Dimana algoritma ray tracing yang telah disusun diimplementasikan dengan bahasa pemrograman Matlab. Untuk spesifikasi perangkat lunaknya sendiri yaitu Matlab R2018a 64 bit(sistem aplikasi).

2.3.4 Penyajian Data (Data Output)

Penyajian data merupakan hasil pengolahan data. Hasil pengolahan data pada penelitian ini adalah nilai travel time pada lapisan bergradasi horizontal dan juga bentuk kurva raypath pada lapisan bergradasi horizontal.



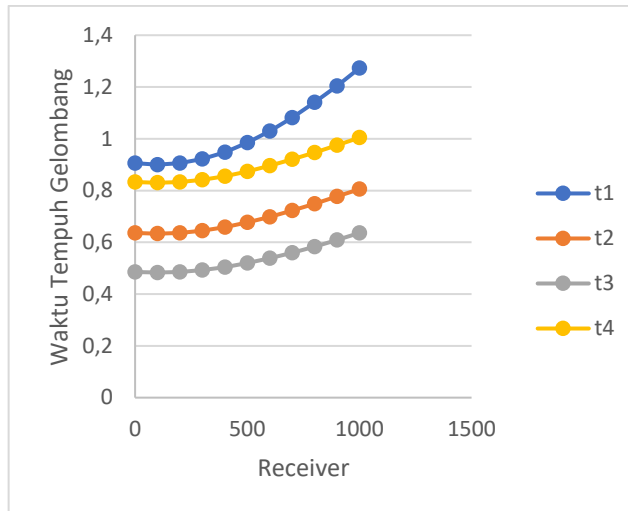


Gambar 5. Flowchart Forward Modeling Ray Tracing-Travel Time

3. Hasil dan Pembahasan

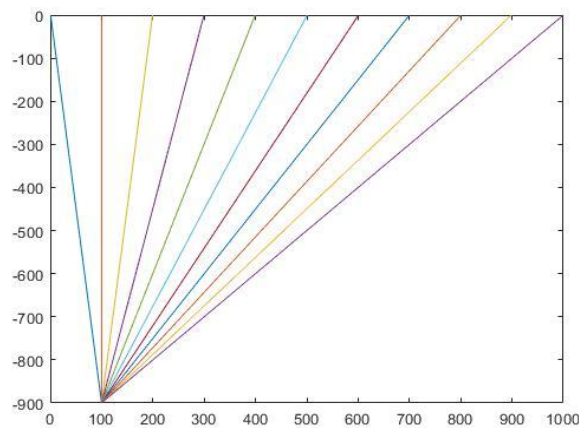
Hasil penelitian yang berupa waktu tempuh gelombang dari receiver yang divariasi, dalam hal ini receiver yang digunakan yaitu (0,0), (100,0), (200,0), (300,0), (400,0), (500,0), (600,0), (700,0), (800,0), (900,0), dan (1000,0) m dengan sumber yang sama pada koordinat (100,-900) m dibawah permukaan bumi untuk satu lapisan dengan $v=(1000,1000)$ m/s, dua lapisan dengan $v=(3000,1000)$ m/s, tiga lapisan dengan $v=(3000,2500,1000)$ m/s dan empat lapisan dengan $v=(3000,2500,1000,500)$ m/s didapatkan bahwa semakin jauh lokasi receiver dari lokasi sumber maka waktu tempuh gelombangnya semakin besar.

Untuk waktu tempuh paling besar yaitu 1,2728 detik pada model satu lapisan dengan $v=(1000,1000)$ m/s untuk receiver(1000,0) m, sedangkan untuk waktu tempuh paling kecil yaitu 0,4833 detik pada model tiga lapisan dengan $v=(3000,2500,1000)$ m/s untuk receiver(100,0) m.

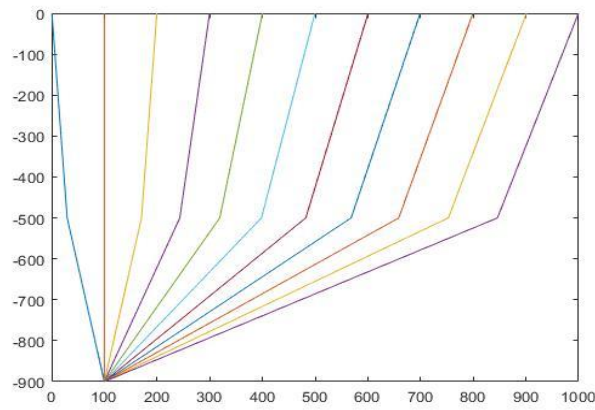


Gambar 6. Grafik Hubungan Receiver dengan Waktu Tempuh Gelombang (Detik)

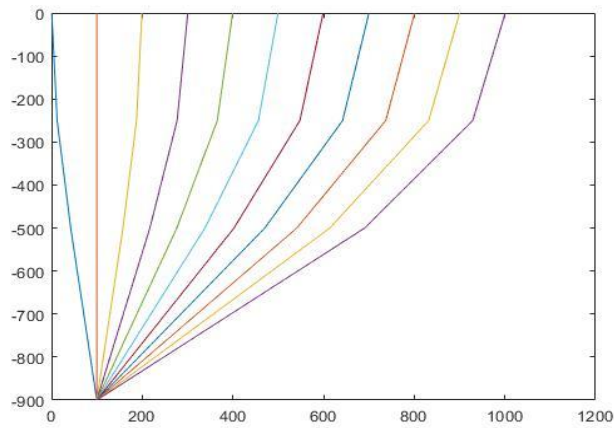
Selain itu juga didapatkan data kurva raypath pada satu lapisan sampai dengan empat lapisan, dimana raypath tersebut telah memenuhi hukum Snellius sesuai dengan kaidah ray tracing, dimana raytracing digunakan untuk memodelkan perambatan gelombang seismik pada suatu media bawah permukaan dengan mengasumsikannya sebagai pergerakan berkas sinar. Untuk model bumi berlapis, ray tracing dilakukan dengan mengikuti Hukum Snellius. Data raypath ini telah memenuhi hukum Snellius karena sinar datang yang menuju bidang batas lapisan akan dibiaskan.



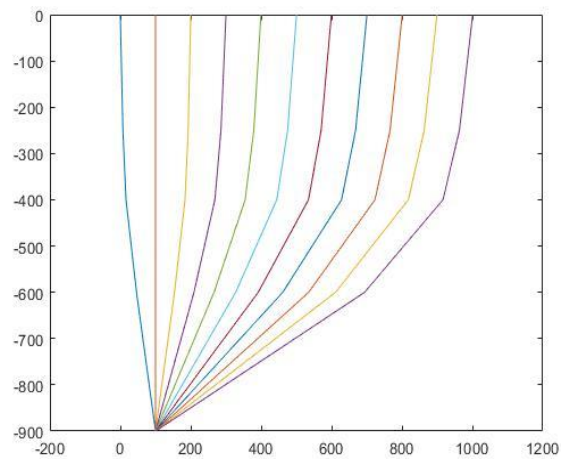
Gambar 7. Raypath Satu Lapisan Horizontal dengan Velocity(1000,1000) m/s dengan Source [100, -900] m



Gambar 8. Raypath Dua Lapisan Horizontal dengan Velocity (3000,1000) m/s dengan Source [100, -900] m



Gambar 9. Raypath Tiga Lapisan Horizontal dengan Velocity(3000,2500,1000) m/s dengan Source [100, -900] m



Gambar 10. Raypath Empat Lapisan Horizontal dengan Velocity (3000,2500,1000,500) m/s dengan Source [100, -900] m

Untuk panjang lintasan raypath itu sendiri, semakin jauh lokasi receiver dari lokasi sumber maka panjang lintasan raypath juga semakin besar. Contoh cara perhitungan panjang lintasan sinar pada model empat lapisan: untuk panjang lintasan raypath, jika dari hiposenter menuju bidang batas lapisan pertama disebut P1 dimana P1 dihitung dengan rumus

$$P1 = \sqrt{(x2 - x1)^2 + (z2 - z1)^2} \quad (2)$$

dimana x adalah titik koordinat raypath jika dilihat dari sumbu y= 0 dan z merupakan titik koordinat raypath jika dilihat dari sumbu x= 0, jika dari bidang batas lapisan pertama menuju bidang batas lapisan kedua disebut P2 dimana P2 dihitung dengan rumus

$$P2 = \sqrt{(x3-x2)^2 + (z3-z2)^2} \quad (3)$$

jika dari bidang batas lapisan kedua menuju bidang batas lapisan ketiga disebut P3 dimana P3 dihitung dengan rumus

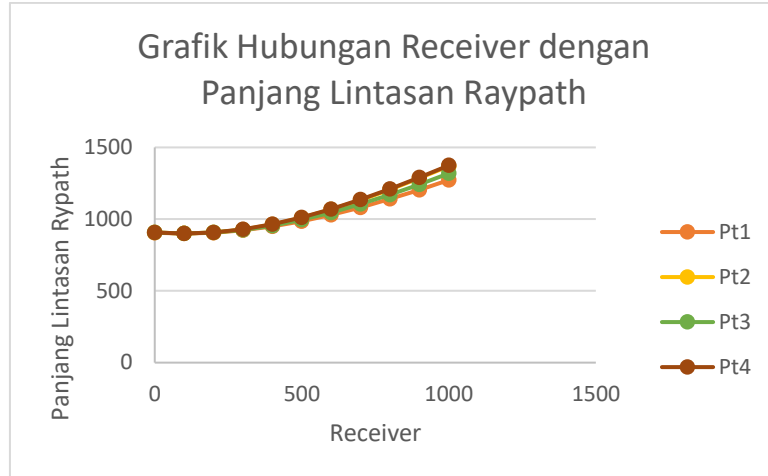
$$P3 = \sqrt{(x4-x3)^2 + (z4-z3)^2} \quad (4)$$

dan sedangkan jika dari bidang batas lapisan ketiga menuju bidang batas lapisan keempat disebut P4 dimana P4 dihitung dengan rumus

$$P4 = \sqrt{(x5-x4)^2 + (z5-z4)^2} \quad (5)$$

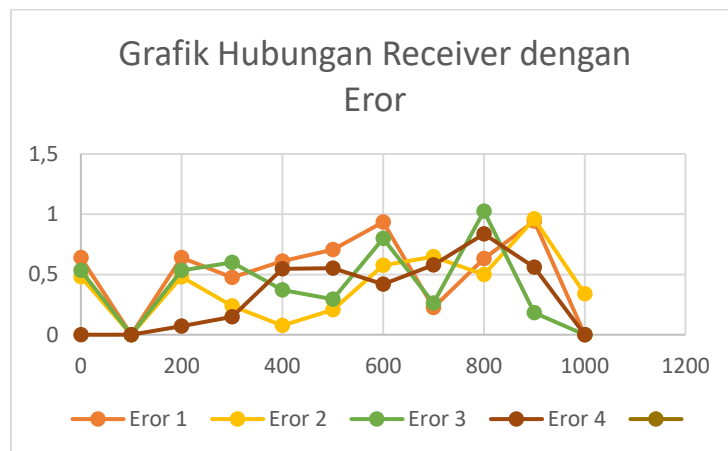
Lalu untuk Pt merupakan penjumlahan dari semua nilai P tersebut sesuai dengan lapisannya masing- masing, dimana Pt menyatakan panjang raypath gelombang dari sumber ke receiver.

Untuk panjang lintasan paling besar yaitu 1374,529 m pada model empat lapisan dengan $v=(3000,2500,1000,500)$ m/s untuk receiver(1000,0) m, sedangkan untuk panjang lintasan paling kecil yaitu 900 m pada semua model lapisan untuk receiver(100,0) m karena pada semua model lapisan untuk receiver (100,0) m perambatan gelombang seismik tidak mengalami pembiasan. Untuk gambar dibawah ini Pt1 menyatakan panjang lintasan gelombang dari sumber ke receiver untuk satu lapisan, Pt2 menyatakan panjang lintasan gelombang dari sumber ke receiver untuk dua lapisan, Pt3 menyatakan panjang lintasan gelombang dari sumber ke receiver untuk tiga lapisan, dan Pt4 menyatakan panjang lintasan gelombang dari sumber ke receiver untuk empat lapisan.



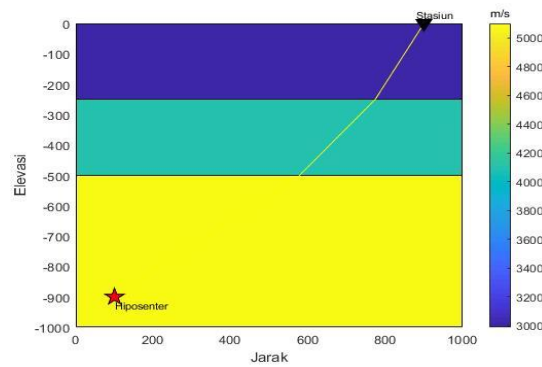
Gambar 11. Grafik Hubungan Receiver dengan Panjang Lintasan Raypath

Dengan software matlab, program mencari raypath secara iterasi dengan cara memasukkan sudut datang sinar mulai dari 0° sampai dengan 90° dengan interval 0,1 dimana gelombang merambat ke segala arah lalu diambil gelombang yang mendekati stasiun didapatkan data berupa hasil numerik. Dimana hasil numerik tersebut tidak jauh berbeda dengan nilai eksaknya. Setelah dibandingkan hasil numerik dengan nilai eksak, diperoleh nilai error yang merupakan selisih antara nilai eksak dengan hasil numerik(hasil iterasi program) dimana nilai errornya sangat kecil.

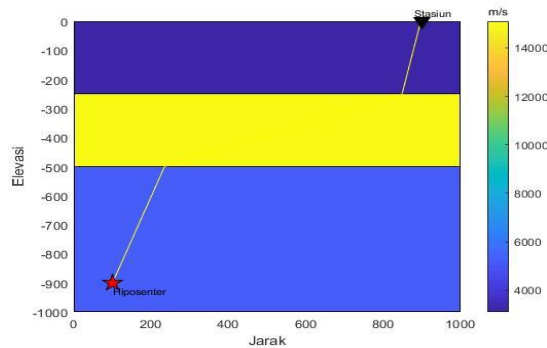


Gambar 12. Grafik Hubungan Receiver dengan Error untuk Satu Lapisan Sampai dengan Empat Lapisan

Dari grafik diatas dapat dilihat bahwa nilai error tidak bergantung dengan variasi jarak receiver karena nilai errornya naik turun. Untuk satu lapisan, nilai error paling besar ada pada receiver(900,0) m yaitu 0,9426, untuk dua lapisan, nilai error paling besar ada pada receiver(900,0) m yaitu 0,9598, lalu untuk tiga lapisan, nilai error paling besar ada pada receiver(800,0) m yaitu 1,0248, dan untuk empat lapisan, nilai error paling besar ada pada receiver(800,0) m yaitu 0,8361. Sedangkan untuk nilai error paling kecil untuk semua lapisan ada pada receiver(100,0) m.



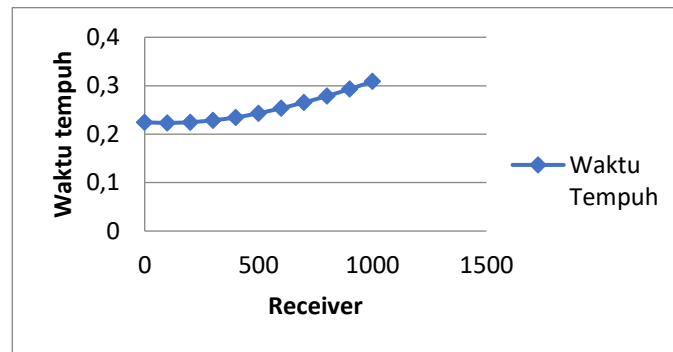
Gambar 13. Tiga Lapisan Horizontal dengan $v=(2990,4100,5100)$ m/s (Lapisan Atas dan Bawah Menggunakan Kecepatan Batuan di Gunung Api, untuk Lapisan Tengahnya Menggunakan Data Kecepatan Magma)



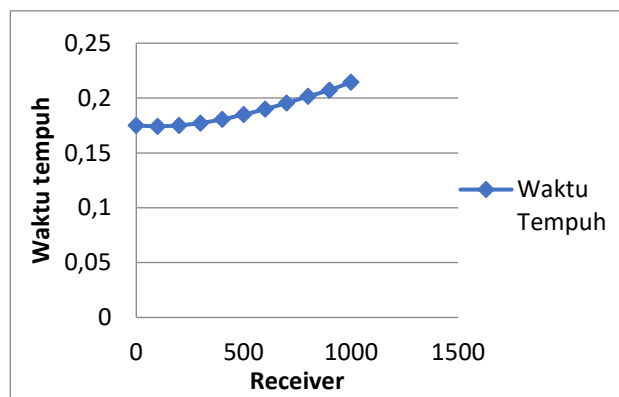
Gambar 14. Tiga Lapisan Horizontal dengan dengan $v=(3100,15100,5200)$ m/s (Lapisan Atas dan Bawah Menggunakan Kecepatan Batuan di Gunung Api, Untuk Lapisan Tengahnya Menggunakan Data Kecepatan Magma)

Gambar diatas yaitu untuk lapisan atas dan bawah menggunakan data kecepatan batuan di gunung api, lalu untuk lapisan tengah menggunakan data kecepatan magma yang dipandang sebagai batuan yang meleleh (melting rock) yang berada di Pegunungan Hida, wilayah Honshu tengah, Jepang. Untuk gambar pertama, kecepatan magma yaitu 4100 m/s, kecepatan batuan di lapisan atas adalah 5100 m/s, sedangkan kecepatan batuan di lapisan bawah adalah 2990 m/s. Lalu untuk gambar kedua, kecepatan magmanya adalah 15100 m/s, dimana untuk kecepatan batuan di lapisan atas adalah 5200 m/s, sedangkan kecepatan batuan di lapisan bawah adalah 3100 m/s.

Dimana nilai kecepatan magma dan nilai kecepatan batuan di gunung api didapat dari penelitian Makoto Matsubara dkk tahun 1999, disana terdapat nilai rasio v_p/v_s , untuk v_p/v_s magma adalah 2,70, oleh karena itu jika v_p diketahui maka v_s diketahui. Untuk v_p magma nilainya 4100 m/s, sedangkan v_s magma nilainya 15100 m/s, tetapi disini diolah satu-satu, jadi nilai v_p di raytracing kemudian nilai v_s nya juga di raytracing. Sedangkan v_p batuan nilainya antara 5000 m/s dan 5500 m/s, untuk rasio v_p/v_s batumannya adalah antara 1,7 dan 1,75. Rasio menunjukkan bahwa batuan yang meleleh sebagian ada di bawah Pegunungan Hida. Memang lazimnya untuk mengetahui anomali adalah dengan nilai v_p/v_s dimana magma dipandang sebagai batuan yang meleleh (melting rock). Adanya magma merupakan anomali keberadaan material berbeda dari batuan.



Gambar 15. Grafik Hubungan Waktu Tempuh dan Receiver untuk Gambar.13



Gambar 16. Grafik Hubungan Waktu Tempuh dan Receiver untuk Gambar.14

Lalu dibuat grafik hubungan antara receiver dengan waktu tempuh untuk Gambar.13 dan Gambar.14 dimana receiver divariasi yaitu (0,0), (100,0), (200,0), (300,0), (400,0), (500,0), (600,0), (700,0), (800,0), (900,0), dan (1000,0) m didapatkan bahwa semakin jauh lokasi receiver dari lokasi sumber maka waktu tempuh gelombangnya semakin besar.

4. Simpulan

Waktu tempuh gelombang dari receiver yang divariasi dengan sumber yang sama di bawah permukaan bumi untuk semua lapisan disimpulkan bahwa semakin jauh lokasi receiver dari lokasi sumber maka waktu tempuh gelombangnya semakin besar. Untuk waktu tempuh paling besar yaitu 1,2728 detik pada model satu lapisan dengan $v=(1000,1000)$ m/s untuk receiver(1000,0) m, sedangkan untuk waktu tempuh paling kecil yaitu 0,4833 detik pada model tiga lapisan dengan $v=(3000,2500,1000)$ m/s untuk receiver(100,0) m. Lalu untuk data raypath telah memenuhi hukum Snellius karena sinar datang yang menuju bidang batas lapisan akan dibiaskan, hal ini sesuai dengan kaidah ray tracing.

Untuk panjang lintasan raypath itu sendiri, semakin jauh lokasi receiver dari lokasi sumber maka panjang lintasan raypath juga semakin besar. Untuk panjang lintasan paling besar yaitu 1374,529 m pada model empat lapisan dengan $v=(3000,2500,1000,500)$ m/s untuk receiver(1000,0) m, sedangkan untuk panjang lintasan paling kecil yaitu 900 m pada semua model lapisan untuk receiver(100,0) m karena pada semua model lapisan untuk receiver(100,0) m perambatan gelombang seismik tidak mengalami pembiasan.

Untuk data hasil numerik(hasil iterasi program) tidak jauh berbeda dengan nilai eksaknya. Setelah dibandingkan hasil numerik dengan nilai eksak, diperoleh nilai error yang

merupakan selisih antara nilai eksak dengan hasil numerik dimana nilai errornya sangat kecil. Nilai eror tidak bergantung dengan variasi jarak receiver karena nilai errornya naik turun.

Daftar Rujukan

- E. Iversen. (2022). *From Perturbation to Propagation of Seismic Isochrons*. University of Oslo.
- Elnashai, A. S., & Di Sarno, L. (2015). *Fundamentals of Earthquake Engineering: from Source to Fragility*. John Wiley & Sons.
- Gjøystdal, H., Iversen, E., Lecomte, I., Kaschwich, T., Drottning, Å., & Mispel, J. (2007). Improved Applicability of Ray Tracing in Seismic Acquisition, Imaging, and Interpretation. *Geophysics*, 72(5), SM261–SM271.
- Hudha, S. N., Harmoko, U., Widada, S., Yusuf, D. H., Yulianto, G., & Sahid, S. (2014). Penentuan Struktur Bawah Permukaan dengan Menggunakan Metode Seismik Refraksi di Lapangan Panas Bumi Diwak dan Derekan, Kecamatan Bergas, Kabupaten Semarang. *Youngster Physics Journal*, 3(3), 263–268.
- ISKANDAR, A. (2013). *Tomografi Seismik 3D pada Lapangan Panas Bumi "X"* [PhD Thesis]. Universitas Hassanuddin.
- Jonathan. (2012). *Aplikasi Tomografi Seismik Untuk Memodelkan Perambatan Gelombang Seismik pada Struktur Bawah Permukaan Skripsi*. Universitas Indonesia.
- Koulakov, I., Gordeev, E. I., Dobretsov, N. L., Vernikovskiy, V. A., Senyukov, S., & Jakovlev, A. (2011). Feeding Volcanoes of the Kluchevskoy Group from the Results of Local Earthquake Tomography. *Geophysical Research Letters*, 38(9).
- Koulakov, I., West, M., & Izbekov, P. (2013). Fluid ascent during the 2004–2005 unrest at Mt. Spurr Inferred from Seismic Tomography. *Geophysical Research Letters*, 40(17), 4579–4582.
- P.R. McGillivray. (2012). *PhD thesis*.
- Qiu, P., Hu, R., Hu, L., Liu, Q., Xing, Y., Yang, H., Qi, J., & Ptak, T. (2019). A Numerical Study on Travel Time Based Hydraulic Tomography Using the Sirt Algorithm with Cimmino Iteration. *Water*, 11(5), 909.
- Susilawati. (2014). *Seismik Refraksi (Dasar Teori dan Akuisisi Data)*.
- Yang, W. (2003). A Basical Study on Two-Point Seismic Ray Tracing. *Geophysics*.