Pengembangan model antrian *multi channel single phase* berbasis distribusi burr (Studi Kasus di PT Pos Indonesia (Persero) Malang)

Dwi Rahmawati[1], Hendro Permadi[2]
Universitas Negeri Malang
E-mail: dwirahmawati668@yahoo.com

ABSTRAK: Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui model antrian yang representatif dan menghitung ukuran performansi pada antrian pelanggan di PT Pos Indonesia (Persero) Malang. Data yang digunakan adalah data jumlah kedatangan pelanggan, data waktu antar kedatangan pelanggan dan data waktu pelayanan pelanggan. Penelitian ini dilakukan di PT Pos Indonesia (Persero) Malang pada *server* 5 sampai 10. Data penelitian ini diambil pada tanggal 20 Juni 2015. Tanggal 20 merupakan tanggal jatuh tempo untuk pembayaran rekening listrik, rekening PDAM dan rekening telepon sehingga pada tanggal tersebut sering terjadi antrian. Berdasarkan hasil analisis diperoleh model antrian G/G/6: FCFS/∞/∞, dengan G merupakan simbol pengganti untuk Distribusi Burr. Hasil ukuran performansi diperoleh tingkat kegunaan fasilitas (ρ) sebesar 92,4%, rata-rata pelanggan dalam antrian (L_q) adalah 4 orang, rata-rata pelanggan dalam sistem (L_s) adalah 10 orang, waktu rata-rata pelanggan menunggu dalam antrian (W_q) adalah 2.43 menit dan waktu rata-rata pelanggan menunggu dalam sistem (W_s) adalah 5.8 menit.

Kata kunci: antrian, Distribusi Burr, model antrian *multi channel single Phase*

Dalam kehidupan sehari-hari sering dijumpai suatu antrian. Bronson (1996:349) menjelaskan “proses antrian *(queueing process)* adalah suatu proses yang berhubungan dengan kedatangan seorang pelanggan pada suatu fasilitas pelayanan, kemudian menunggu dalam suatu barisan (antrian) jika semua pelayanan sibuk dan akhirnya meninggalkan fasilitas tersebut”. Antrian biasanya terjadi di tempat-tempat umum, salah satunya antrian pelanggan di PT Pos Indonesia (Persero) Malang. Pada tanggal 20 di setiap bulannya selalu terjadi antrian di *server* 5-10, karena pada tanggal tersebut merupakan jatuh tempo pembayaran rekening listrik, rekening PDAM dan rekening telpon.

Pada praktiknya dalam kehidupan sehari-hari, data waktu antar kedatangan dan waktu pelayanan tidak selalu berdistribusi Eksponensial. Kebanyakan data waktu antar kedatangan dan data waktu pelayanan yang terjadi dalam kehidupan sehari-hari berdistribusi General (Hall, 2013). Jika waktu antar kedatangan dan waktu pelayanan mengikuti Distribusi *General*, dengan s *server* yang dapat dimodelkan dengan model antrian G/G/s: FCFS/∞/∞, maka perhitungan rata-rata pelanggan yang menunggu dalam antrian dapat dihitung dengan Aproksimasi *Allen-Cunnen* (Hall, 2013: 153). Pada

1. Dwi Rahmawati adalah mahasiswa jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Malang
2. Hendro Permadi adalah dosen jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Malang

Aproksimasi *Allen-Cunnen* tersebut menggunakan nilai L_q dari model antrian M/M/s: FCFS/∞/∞ yang dirumuskan sebagai berikut:

1. Rata-rata pelanggan yang menunggu dalam antrian

$$L_{q.G/G/S} = L_{q.M/M/S}\left[\frac{C^2(A)+C^2(S)}{2}\right] = \frac{P_0\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^s \rho}{s!(1-\rho)^2}\left[\frac{C^2(A)+C^2(S)}{2}\right] \tag{1}$$

Keterangan:

$C(A)$ adalah koefisien variansi untuk waktu antar kedatangan yang dapat diperoleh dengan melakukan pembagian terhadap standar deviasi dengan mean (rata-rata) distribusi waktu antar kedatangan.

$C(S)$ adalah koefisien variansi untuk waktu pelayanan yang dapat diperoleh dengan melakukan pembagian terhadap standar deviasi dengan *mean* (rata-rata) distribusi waktu pelayanan.

2. Rata-rata waktu tunggu pelanggan dalam antrian

$$W_{q.G/G/S} = \frac{L_{q.G/G/S}}{\lambda} \tag{2}$$

3. Rata-rata waktu tunggu pelanggan dalam sistem

$$W_{s.M/M/S} = \frac{L_{q.G/G/S}}{\lambda} + \frac{1}{\mu} \tag{3}$$

4. Rata-rata pelanggan yang menunnggu dalam sistem

$$L_{s.G/G/S} = L_{q.G/G/S} + \frac{\lambda}{\mu} \tag{4}$$

Distribusi Burr pertama kali diperkenalkan oleh Irving W. Burr pada tahun 1942. Distribusi Burr juga dikenal sebagai distribusi Burr *Type* XII atau Distribusi Singh-Maddala. Distribusi Singh-Maddala adalah kasus khusus Distribusi Generalized Beta II 4 Parameter (Kleiber dan Kotz, 2003).

Fungsi kepadatan peluang dari distribusi Burr adalah

$$f(x) = \frac{\alpha\kappa\left(\frac{x}{\delta}\right)^{\alpha-1}}{\delta\left(1+\left(\frac{x}{\delta}\right)^{\alpha}\right)^{\kappa+1}} \tag{5}$$

dengan $\alpha > 0, \kappa > 0, \delta > 0$. Parameter δ merupakan parameter skala dan parameter α dan κ merupakan parameter bentuk (Goulet, dkk, 2015:12).

Yee (2015:653) menyatakan *Cumulatif Distribution Function* (CDF) dari distribusi Burr adalah

$$F(x) = 1 - \left(1 + \left(\frac{x}{\delta}\right)^{\alpha}\right)^{-\kappa} \quad (6)$$

Estimasi parameter Distribusi Burr dapat ditentukan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dengan bantuan paket VGAM pada *software R* (Okasha dan Matter, 2015).

Vector Generalized Linear Model (VGLM) atau *Vector Generalized Additive Model Model* (VGAM) diimplentasikan pada paket VGAM yang bekerja pada *software* R. Kerangka VGLM atau VGAM dibatasi hanya dengan asumsi bahwa koefisien regresi masuk dalam himpunan prediktor-prediktor linier (Yee, 2015). VGLM biasanya ditaksir dengan metode kemampuan maksimum menggunakan iterasi Newton-Raphson ataupun Fisher scoring (Okasha dan Matter, 2015).

METODE

Data pada penelitian ini merupakan data primer yang diperoleh dari pengamatan langsung terhadap pelanggan di PT Pos Indonesia (Persero) Malang, berupa peristiwa antrian pelanggan yang dimulai saat pelanggan memasuki pintu PT Pos Indonesia (Persero) Malang kemudian pelanggan tersebut mengantri pada *server* 5-10 sampai pelanggan tersebut selesai dilayani. Pengambilan sampel dilakukan pada tanggal 20 Juni 2015 pada pukul 08.30-10.00 WIB. Variabel-variabel yang diamati dalam penelitian ini adalah variabel jumlah kedatangan, variabel waktu antar kedatangan, variabel waktu pelayanan. Variabel-variabel tersebut kemudian dianalisis dengan beberapa tahapan, yaitu:

1. Pengujian distribusi jumlah kedatangan, data waktu antar kedatangan, dan waktu pelayanan menggunakan *software Easy Fit.* Distribusi yang memenuhi yaitu distribusi yang mempunyai nilai statistik terendah dan pada uji Anderson Darling dengan peringkat terkecil (Mathwave, 2004)
2. Menentukan model antrian yang dinyatakan dengan Notasi *Kendall*.
3. Pendugaan parameter distribusi waktu antar kedatangan dan waktu pelayanan dapat menggunakan metode maksimum (*maximum* likelihood). Pendugaan parameter dilakukan dengan bantuan *software* R 3.2.2. Menurut Hall (2013:154) apabila data waktu antar kedatangan dan waktu pelayanan berdistribusi general maka pendugaan

parameter ini digunakan juga untuk mencari koefisien variansi. Koefisien variansi merupakan pembagian terhadap standar deviasi dengan *mean* (rata-rata) distribusi dari suatu data.

4. Penerapan model, berdasarkan pendugaan parameter maka dapat dicari nilai rata-rata serta standar deviasi dari waktu antar kedatangan dan waktu pelayanan pelanggan. Setelah diperoleh rata-rata, standar deviasi, laju kedatangan, laju pelayanan maka selanjutnya menentukan ukuran performansi dari model antrian.
5. Pada interpretasi waktu antar kedatangan dan waktu antar pelayanan yang berdistribusi umum, nilai penghitungannya harus dihitung secara manual. Setelah perhitungan manual dilakukan maka dapat disimpulkan serta dapat menginterpretasikan hasilnya.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Identifikasi Model Antrian

1. Uji Distribusi Waktu Antar Kedatangan

Ada 153 data waktu antar kedatangan pelanggan yang akan diuji dengan uji Anderson Darling dengan taraf signifikansi 5% ($\alpha = 0.05$)

Tabel 1 Hasil Uji Distribusi Data Waktu Antar Kedatangan

Distribusi	**Anderson Darling**		
	Statistic	**Peringkat**	**Nilai Kritis**
Burr	0.37548	1	2.5018

Berdasarkan Tabel 1, diketahui bahwa *statistic* uji Anderson Darling untuk Distribusi Burr sebesar 0.37548 yang lebih kecil dari nilai kritis (2.5018), sehingga dapat disimpulkan waktu antar kedatangan mengikuti Distribusi Burr.

2. Uji Distribusi Waktu Pelayanan

Ada 153 data waktu pelayanan pelanggan yang akan diuji dengan uji Anderson Darling dengan taraf signifikansi 5% ($\alpha = 0.05$)

Tabel 2 Hasil Uji Distribusi Data Waktu Pelayanan

Distribusi	**Anderson Darling**		
	Statistic	**Peringkat**	**Nilai Kritis**
Burr	0.27726	1	2.5018

Berdasarkan Tabel 2, diketahui bahwa *statistic* uji Anderson Darling untuk Distribusi Burr sebesar 0.27226 yang lebih kecil dari nilai kritis (2.5018), sehingga dapat disimpulkan waktu antar kedatangan mengikuti Distribusi Burr.

Hasil uji distribusi menunjukkan bahwa data waktu antar kedatangan dan waktu pelayanan mengikuti Distribusi Burr. Ada 6 pelayanan atau *server* yang bertugas melayani pembayaran *PosPay* dengan pelanggan yang dilayani pertama adalah pelangggan yang pertama kali datang (FCFS). Kapasitas antrian serta sumber kedatangan pelanggan di PT Pos Indonesia (Persero) Malang adalah tidak terbatas. Oleh karena itu, model antrian untuk antrian pelanggan di PT Pos Indonesia (Persero) Malang adalah G/G/6:FCFS/∞/∞, dengan *G* merupakan simbol pengganti untuk Distribusi Burr.

Pendugaan Parameter Distribusi *Burrr*

Misal $X_1, X_2, X_3, \ldots X_n$ merupakan sampel acak dari sebaran dengan fungsi kepadatan peluang (fdp) Disribusi Burr sebagai berikut.

$$f(x) = \frac{\alpha\kappa\left(\frac{x}{\delta}\right)^{\alpha-1}}{\delta\left(1+\left(\frac{x}{\delta}\right)^{\alpha}\right)^{\kappa+1}}, = \frac{\alpha\kappa}{\delta^{\alpha}} x^{\alpha-1}\left(1+\left(\frac{x}{\delta}\right)^{\alpha}\right)^{-(\kappa+1)} \text{ dengan } x,\alpha,\kappa,\delta > 0 \tag{7}$$

dari persamaan (7) maka diperoleh fungsi kemungkinan sebagai berikut

$$L(\alpha,\kappa,\delta) = \frac{\alpha^n\kappa^n}{\delta^{n\alpha}}\left(\prod_{i=1}^{n} x_i\right)^{\alpha-1}\left(\prod_{i=1}^{n}\left(1+\left(\frac{x_i}{\delta}\right)^{\alpha}\right)^{-(\kappa+1)}\right) \tag{8}$$

Logaritma dari fungsi kemungkinan dari persamaan (8) adalah

$$\ln L(\alpha,\kappa,\delta) = n\ln\alpha + n\ln\kappa - n\alpha\ln\delta + (\alpha-1)\sum_{i=1}^{n}\ln x_i - (\kappa+1)\sum_{i=1}^{n}\ln\left(1+\left(\frac{x_i}{\delta}\right)^{\alpha}\right) \tag{9}$$

Fungsi $\frac{\partial}{\partial\delta}\ln L(X;\alpha,\kappa,\delta)$, $\frac{\partial}{\partial\alpha}\ln L(X;\alpha,\kappa,\delta)$, $\frac{\partial}{\partial\kappa}\ln L(X;\alpha,\kappa,\delta)$ merupakan fungsi dalam bentuk α , κ dan δ sehingga untuk memperoleh nilai $\hat{\alpha},\hat{\kappa}$ dan $\hat{\delta}$ digunakan sistem persamaan (10).

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial}{\partial\delta}\ln L(X;\alpha,\kappa,\delta)=-\frac{\alpha n}{\delta}+\frac{\alpha(\kappa+1)}{\delta}\left(\sum_{i=1}^{n}\frac{\left(\frac{X_i}{\delta}\right)^{\alpha}}{\left(1+\left(\frac{X_i}{\delta}\right)^{\alpha}\right)}\right)\\
&\frac{\partial}{\partial\alpha}\ln L(X;\alpha,\kappa,\delta)=\frac{n}{\alpha}-n\ln\delta+\left(\sum_{i=1}^{n}\ln(X_i)\right)-(\kappa+1)\left(\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\left(1+\left(\frac{X_i}{\delta}\right)^{\alpha}\right)}\left(\frac{X_i}{\delta}\right)^{\alpha}\ln\left(\frac{X_i}{\delta}\right)\right)\\
&\frac{\partial}{\partial\kappa}\ln L(X;\alpha,\kappa,\delta)=\frac{n}{\kappa}-\left(\sum_{i=1}^{n}\ln\left(1+\left(\frac{X_i}{\delta}\right)^{\alpha}\right)\right)
\end{aligned}\right\}\quad(10)$$

Paket VGAM yang bekerja pada *software R 3.2.2* dapat membantu memperoleh nilai $\hat{\alpha},\hat{\kappa}$ dan $\hat{\delta}$. Sebelum memulai iterasi, harus ditentukan terlebih dahulu nilai awal dari salah satu parameter yang ditaksir. Memilih nilai awal yang baik tidak selalu mudah padahal pemilihan ini sangat baik untuk kesuksesan algoritma (Yee, 2006).

Hasil Pendugaan Parameter Distribusi Burr untuk Waktu Antar Kedatangan

Hasil pendugaan parameter menggunakan *software R 3.2.2* dengan nilai awal $\delta = 50.3$, diperoleh α = 9.445092, κ = 12.814421 dan δ = 50.358860.

Hasil Pendugaan Parameter Distribusi Burr untuk Waktu Pelayanan

Hasil pendugaan parameter menggunakan *software R 3.2.2* dengan nilai awal $\alpha = 21.2$, diperoleh α = 21.189408, κ = 1.419035 dan δ = 207.718315.

Rata-rata Distribusi Burr

$$E(x)=k\delta\,\frac{\Gamma\left(1+\frac{1}{\alpha}\right)\Gamma\left(k-\frac{1}{\alpha}\right)}{\Gamma(k+1)}$$

Dengan mensubsitusikan nilai α,κ dan δ maka diperoleh rata-rata waktu antar kedatangan adalah 36.652 detik / orang, Sedangkan ata-rata waktu pelayanan pelanggan adalah 203.13 detik / orang.

Standar Deviasi Distribusi Burr

Variansi dari Distribusi Burr dinyatakan oleh persamaan berikut (Okasha dan Matter, 2015)

$$Var(x) = k\delta^2 \frac{\Gamma\left(1+\frac{2}{\alpha}\right)\Gamma\left(k-\frac{2}{\alpha}\right)}{\Gamma(k+1)} - (\kappa\delta)^2 \left[\frac{\Gamma\left(1+\frac{1}{\alpha}\right)\Gamma\left(k-\frac{1}{\alpha}\right)}{\Gamma(k+1)}\right]^2 \qquad (11)$$

Standar deviasi merupakan akar dari variansi. Dengan mensubsitusikan nilai α, κ dan δ maka diperoleh variansi waktu antar kedatangan pelanggan adalah 22.093 detik sehingga diperoleh standar deviasi waktu antar kedatangan pelanggan adalah 4.7858 detik, dengan cara yang sama diperoleh variansi waktu pelayanan pelanggan adalah 239.06 detik sehingga diperoleh standar deviasi waktu pelayanan pelanggan adalah 15.4616 detik.

Hasil Perhitungan Ukuran Performansi

Nilai rata-rata waktu pelayanan, rata-rata waktu antar kedatangan, laju pelayanan dan laju kedatangan pelanggan dapat dilihat pada Tabel 3

Tabel 3 Parameter untuk Perhitungan Ukuran Performansi

$1/\lambda$	$1/\mu$	λ	μ
36.652	203.13	0.027284	0.004923

1. Tingkat kegunaan fasilitas atau biasa disebut dengan *utilitas* yang disimbolkan dengan ρ

$$\rho = \frac{\lambda}{s.\mu} = \frac{0.027284}{6(0.004923)} = 0.923688$$

2. Kemungkinan tidak ada pelanggan yang mengantri pada waktu tertentu disimbolkan dengan P_0

$$P_0 = \left[\left[\sum_{n=0}^{S-1} \frac{1}{n!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n\right] + \frac{1}{s!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^s \frac{1}{1-\lambda/s\mu}\right]^{-1} = 0.001514$$

3. Rata-rata pelanggan yang menunggu dalam antrian

$$L_{q.M/M/S} = \frac{P_0\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^s \rho}{s!(1-\rho)^2} = 9.664113$$

Rata-rata pelanggan dalam antrian di PT Pos Indonesia (Persero) Malang yaitu 9,664113≈ 10 orang.

4. Rata-rata waktu tunggu pelanggan dalam antrian

$$W_{q.M/M/S} = \frac{L_{q.M/M/S}}{\lambda} = 354.2091$$

Rata-rata pelanggan menunggu dalam antrian di PT Pos Indonesia (Persero) Malang adalah 354.2091 detik atau 5.9 menit.

5. Rata-rata waktu tunggu pelanggan dalam sistem

$$W_{s.M/M/S} = \frac{L_{q.M/M/S}}{\lambda} + \frac{1}{\mu} = 557.3391$$

Rata-rata pelanggan menunggu dalam sistem di PT Pos Indonesia (Persero) Malang adalah 557.3391 detik atau 9.3 menit.

6. Rata-rata pelanggan yang menunggu dalam sistem

$$L_{s.M/M/S} = L_{q.M/M/S} + \frac{\lambda}{\mu} = 15.20264$$

Rata-rata pelanggan dalam sistem di PT Pos Indonesia (Persero) Malang yaitu 15.20264≈16 orang.

Perhitungan ukuran performansi untuk model antrian G/G/6: FCFS/∞/∞ berdasarkan Aproksimasi *Allen-Cunnen* yang diperoleh seperti berikut.

1. Rata-rata pelanggan yang menunggu dalam antrian

$$L_{q..G/G/S} = L_{q.M/M/S}\left[\frac{C^2(A)+C^2(S)}{2}\right] = \frac{P_0\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^s \rho}{s!(1-\rho)^2}\left[\frac{C^2(A)+C^2(S)}{2}\right] = 3.973692$$

Rata-rata pelanggan dalam antrian di PT Pos Indonesia (Persero) Malang yaitu 3.973692≈ 4 orang.

2. Rata-rata waktu tunggu pelanggan dalam antrian

$$W_{q.G/G/S} = \frac{L_{q.G/G/S}}{\lambda} = 145.6438$$

Rata-rata pelanggan menunggu dalam antrian di PT Pos Indonesia (Persero) Malang adalah 145.6438 detik atau 2.43 menit.

3. Rata-rata waktu tunggu pelanggan dalam sistem

$$W_{s.G/G/S} = \frac{L_{q.G/G/S}}{\lambda} + \frac{1}{\mu} = 348.7738$$

Rata-rata pelanggan menunggu dalam sistem di PT Pos Indonesia (Persero) Malang adalah 348.7738 detik atau 5.8 menit.

4. Rata-rata pelanggan yang menunngu dalam sistem

$$L_{s.G/G/S} = L_{q.G/G/S} + \frac{\lambda}{\mu} = 9.515818$$

Rata-rata pelanggan dalam sistem di PT Pos Indonesia (Persero) Malang yaitu 9.515818 ≈ 10 orang.

PENUTUP

Kesimpulan

Dari hasil penelitian diperoleh hasil sebagai berikut: Model antrian yang representatif di PT Pos Indonesia (Persero) Malang adalah model antrian G/G/6: FCFS/∞/∞. Data waktu antar kedatangan mengikuti Distribusi Burr, data waktu pelayanan mengikuti Distribusi Burr juga. Ada 6 pelayanan atau *server* yang bertugas melayani pembayaran *PosPay* dengan pelanggan yang dilayani pertama adalah pelangggan yang pertama kali datang (FCFS). Kapasitas antrian dan sumber kedatangan pelanggan di PT Pos Indonesia (Persero) Malang adalah tidak terbatas.

Hasil perhitungan untuk model antrian G/G/6: FCFS/∞/∞ diperoleh bahwa *utilitas* atau tingkat kegunaan fasilitas yang disimbolkan dengan ρ adalah 0.923688. Tingkat kegunaan fasilitas pelayanan dapat dikatakan sangat sibuk karena hampir mendekati 1. Nilai ρ yang besar menunjukkan bahwa *server* 5-10 di PT Pos Indonesia (Persero) Malang selalu sibuk dengan antrian pelanggannya. Rata-rata pelanggan dalam antrian (L_q) adalah 4 orang, sedangkan rata-rata pelanggan dalam sistem (L_s) diperoleh 10 orang. Waktu rata-rata pelanggan menunggu dalam antrian (W_q) adalah 145 detik sedangkan waktu rata-rata menunggu dalam sistem (W_s) adalah 349 detik.

Saran

Bagi yang ingin melakukan penelitian tentang model antrian maka dapat melakukan penelitian dengan studi kasus yang berbeda atau bisa juga dengan model antrian *Multi Channel Multi Phase*. Pada penelitian ini untuk menguji distribusi suatu data, penulis menggunakan uji Anderson Darling sehingga untuk penelitian selanjutnya dapat menggunakan uji Kolmogorov Smirnov ataupun uji Chi Squared. Penentuan parameter untuk suatu distribusi selain dengan menggunakan *software R* dapat juga menggunakan *software* SAS. Kepada PT Pos Indonesia (Persero) Malang disarankan untuk menambah *server* khusus untuk tanggal 20 pada setiap bulannya.

DAFTAR RUJUKAN

Bronson, R., dkk. 1996. *Teori dan Soal-Soal Riset Operasi.* Jakarta: Erlangga.

Goulet, V., dkk. 2015. *Actuarial Functions and Heavy Tailed Distribution*, (Online), (https://www.stat.auckland.ac.nz/~Goulet/Actuar), diakses pada 7 Oktober 2015.

Hall, R.W. 2013. *Queueing Methods for Services and Manufacturing*. New Jersey: Prentice-Hall.

Kleiber, C. & Kotz, S. 2003. *Statistical Size Distribution in Economics and Actuarial Sciences.* Hoboken,NJ: Wiley-Interscience.

Mathwave. 2004. *Anderson Darling Test*., (Online), (http://mathwave.com/help/analyses/goodness_of_fit/anderson-darling/html), diakses pada 10 Oktober 2015.

Okasha, M.K. & Matter, M.Y 2015. *On The Three-Parameter Burr Type XII Distribution and Its Application to Heavy Tailed Lifetime Data. Journal of Advances in Mathematics*, 10(4): (3430-3442).

Yee, T.W. 2006. *Writing VGAM Family Function*, (Online), (http://stat.auckland.ac.nz), diakses pada 7 Oktober 2015

Yee, T.W. 2015. *Vector Generalized Linear and Additive Models*. New York: Springer, (Online), (https://www.stat.auckland.ac.nz/~yee/VGAM), diakses pada 18 September 2015.