



## Visualisasi osilator harmonik kuantum dengan polinomial hermitte menggunakan simulasi pemrograman matlab

Endah Rusmini, Firda Azizatul Fauziah, Nieky Frantika Arianto, Dewi Himmatul Izzah,  
Sri Dwi Jayanti, Roisatul Hasanah\*, Nani Sunarmi

Tadris Fisika, Fakultas Tarbiyah dan Ilmu Pendidikan, IAIN Tulungagung, Jl. Mayor Sujadi Timur No.  
46 Kudus, Plosokandang, Kedungwaru, Jawa Timur, 66221, Indonesia

\*Penulis korespondensi, Surel: roisatulhasanah12@gmail.com

Paper received: 01-03-2022; revised: 15-03-2022; accepted: 31-03-2022

### Abstract

Harmonic oscillator is a part of quantum mechanics which is commonly used as an approximation model to solve cases in physics that are considered complicated. The harmonic oscillator has a function as an energy source, namely as a description of anatomic particles. This research focuses on solving the Schrödinger equation for particles under the influence of a harmonic oscillator potential. This study aims to visualize the wave function and particle probability under the influence of a harmonic oscillator potential. The wave function is obtained by solving the Schrödinger equation. The Schrödinger equation can be solved using a second order differential equation that satisfies the solution of the hermite polynomial. The nature of the first hermite polynomial is the relationship between polynomials that have adjacent orders, the second is the derivative of hermite polynomials and the third is the orthogonality of hermite polynomials. The solution to the Schrödinger equation is in the form of a wave function which is then developed to determine the probability of particles in a harmonic oscillator which is then visualized using Matlab programming. The wave function and particle probability visualization is obtained by plotting the wave function and probability using Matlab programming.

**Keywords:** Hermite Polynomial; Harmonic Oscillator

### Abstrak

Osilator harmonik menjadi salah satu bagian dari mekanika kuantum yang biasa digunakan sebagai model pendekatan untuk menyelesaikan kasus-kasus dalam fisika yang dianggap rumit. Osilator harmonik memiliki fungsi dalam sumber energi yaitu sebagai pendeskripsi partikel atomik. Penelitian ini memfokuskan bahasan mengenai penyelesaian persamaan *Schrödinger* untuk partikel dibawah pengaruh potensial osilator harmonik. Penelitian ini bertujuan memvisualisasikan fungsi gelombang dan probabilitas partikel dalam pengaruh potensial osilator harmonik. Fungsi gelombang diperoleh dengan penyelesaian persamaan *Schrödinger*. Persamaan *Schrödinger* tersebut dapat diselesaikan menggunakan penyelesaian persamaan diferensial orde 2 yang memenuhi solusi polinomial hermitte. Sifat dari polinom hermitte yang pertama adalah hubungan antar polinom yang memiliki orde berdekatan, kedua adalah derivatif polinom hermitte dan ketiga adalah keortogonalan polinom hermitte. Penyelesaian persamaan *Schrödinger* tersebut berupa fungsi gelombang yang kemudian dikembangkan untuk mengetahui probabilitas pada partikel dalam osilator harmonik yang kemudian dilakukan visualisasi menggunakan pemrograman Matlab. Visualisasi fungsi gelombang dan probabilitas partikel diperoleh dengan melakukan plotting terhadap fungsi gelombang dan probabilitas menggunakan pemrograman Matlab.

**Kata kunci:** Polinom Hermitte; Osilator Harmonik

### 1. Pendahuluan

Seiring berkembangnya zaman, perkembangan juga terjadi pada semua yang ada di dunia. Tidak terkecuali ilmu pengetahuan seperti ilmu fisika. Setiap waktu juga bisa berkembang, entah dilihat dari adanya teori-teori baru, maupun dilihat dari adanya revisi dari teori terdahulu. Dari perkembangan inilah dapat disimpulkan bahwa teori-teori terdahulu

memiliki beberapa kelemahan yang kemudian diperbaiki oleh teori baru (Setianingsih, dkk., 2017).

Seperti halnya mekanika kuantum yang memperbaiki teori sebelumnya, yaitu mekanika klasik. Perbaikan ini terjadi karena ketidakmampuan mekanika klasik dalam menjelaskan beberapa gejala fisika yang memiliki sifat mikroskopis serta memiliki kecepatan gerak mendekati kecepatan cahaya sehingga ketidakmampuan tersebut diperbaiki oleh mekanika kuantum yang menjelaskan perilaku atom serta partikel subatomik (Setianingsih, dkk., 2017).

Penelitian terkait osilator harmonik sebelumnya sudah ada seperti perbandingan perhitungan analitik antara kasus osilasi harmonik dengan pendekatan numerik, elemen hingga serta kendali logika *fuzzy* dengan menggunakan perangkat lunak seperti *Microsoft Excel*. Selain itu juga ada peneliti yang menggunakan media analisis dari osilator harmonik terhadap suatu pegas yang memiliki *basic Graphic User Interface* (GUI), penggunaan ekspansi polinomial hermitte dalam simulasi non-Gaussian, dan masih banyak lagi (Nurdin & Hastuti, 2019) (Nurullaeli & Astuti, 2019) (Puig, dkk., 2002).

Dalam fisika, banyak materi yang memiliki karakteristik konsep abstrak maupun konsep konkret yang bisa jadi keduanya memiliki sifat makroskopis maupun mikroskopis. Dalam pembelajarannya tidak bisa jika hanya diajarkan sebatas teorinya saja, sehingga dibutuhkan suatu simulasi maupun visualisasi untuk lebih dapat memahami konsep-konsep tersebut. Selain karena hal tersebut, penulis memilih osilator harmonik juga karena osilator harmonik dapat diterapkan dalam berbagai disiplin ilmu seperti dalam fisika partikel dan mode fourier tunggal boson (Nurhayati, 2016) (Silfiri & Yusuf, 2021).

Osilasi harmonik merupakan bagian dari mekanika kuantum yang sering kita gunakan sebagai model pendekatan terhadap beberapa kasus dalam fisika seperti pendeskripsian himpunan partikel identik, energi potensial Lennard-Jones yang menguraikan beberapa gaya untuk mempertahankan atom supaya tidak tercerai-berai, selain itu juga berlaku dalam beberapa keadaan lain seperti melihat cahaya yang dipancarkan oleh laser, dan mencari siaran dari sebuah stasiun televisi (Serway & Jewett, 2009; Setianingsih, dkk., 2017; Sutopo, 2005).

Osilator harmonik memiliki fungsi dalam sumber energi yaitu sebagai pendeskripsian partikel atomik. Sistem pegas bermassa menjadi sebuah gambaran skala makro osilator harmonik (Schiller, 2020).

Polinomial hermitte sudah pernah di programkan menggunakan pemrograman tingkat menengah dan maka dari itu perlu inovasi baru agar lebih memudahkan pengguna dalam memahami polinomial hermitte yaitu dengan menggunakan bahasa pemrograman baru menggunakan *software* Matlab. Program ini dibuat untuk memenuhi kebutuhan seperti komputasi teknis, pemodelan serta grafik-grafik perhitungan yang dikembangkan oleh *Mathworks*. visualisasi dan pemrograman seperti komputasi matematik, analisis data, pengembangan algoritma, simulasi, menggunakan level tinggi dalam lingkup bahasa pemrograman.

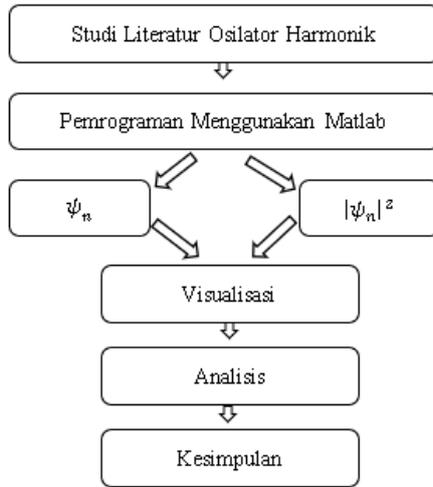
## 2. Metode

Penelitian ini dilaksanakan di Institut Agama Islam Negeri Tulungagung dengan menggunakan sebuah laptop lengkap dengan *software* pemrograman matlab dan *Microsoft*

word. Penelitian ini menggunakan osilator harmonik menggunakan polinomial hermitte sebagai program penyelesaian numerik, yang menggunakan n=0 sampai dengan n=3.

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah studi literatur berkaitan dengan osilator harmonik serta penyelesaiannya menggunakan polinomial hermitte untuk memperoleh analisis terkait visualisasi fungsi gelombang dan probabilitas dikaitkan dengan pemrograman menggunakan Matlab.

**Visualisasi Fungsi Gelombang**



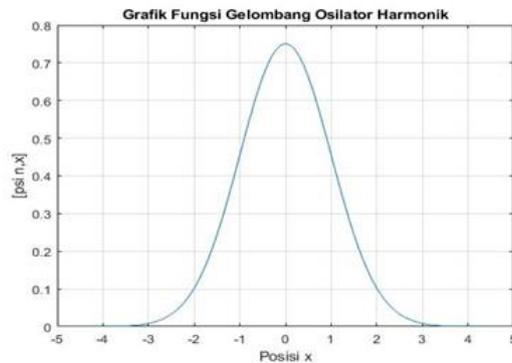
**3. Hasil dan Pembahasan**

Penyelesaian persamaan *schrödinger* dari suatu sistem partikel dapat memberikan informasi dari perilaku partikel. Salah satu yang dapat diperoleh dari fungsi gelombang pada sistem partikel adalah probabilitas mendapatkan partikel pada suatu titik dalam ruang dimensi. Visualisasi fungsi gelombang atau eigen dan probabilitas menyatakan partikel dalam osilator harmonik yang didasarkan pada hasil yang diperoleh pada persamaan (19). Visualisasi ini dilakukan menggunakan nilai n = 0, 1, 2, 3 dengan hasil seperti berikut.

**Tabel 1. Hasil Perhitungan Fungsi Eigen Osilator Harmonik**

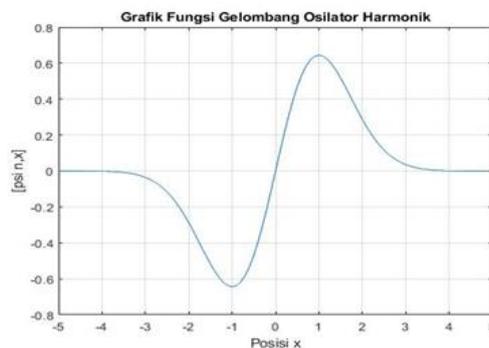
n	$\psi_n(\xi)$
0	$\left(\frac{1}{\pi}\right)^{\frac{1}{4}} e^{-\frac{1}{2}\xi^2}$
1	$\left(\frac{4}{\pi}\right)^{\frac{1}{4}} \xi e^{-\frac{1}{2}\xi^2}$
2	$\left(\frac{1}{4\pi}\right)^{\frac{1}{4}} (2\xi^2 - 1) e^{-\frac{1}{2}\xi^2}$
3	$\left(\frac{1}{9\pi}\right)^{\frac{1}{4}} (2\xi^3 - 3\xi) e^{-\frac{1}{2}\xi^2}$

Fungsi gelombang osilator harmonik pada pemrograman ini menggunakan polinomial hermitte. Untuk  $n = 0$  dapat kita lihat seperti bentuk lonceng atau yang sering kita sebut Gaussian. Program ini memiliki *output* yang sudah sesuai perhitungan teoritik.



**Gambar 1. Fungsi Gelombang Osilator Harmonik (n=0)**

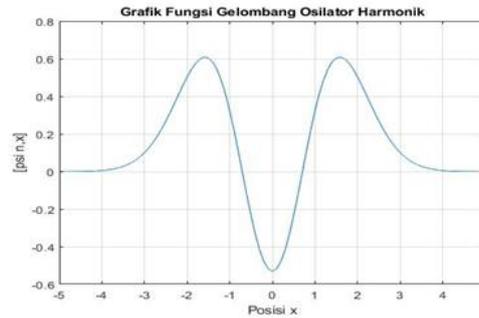
Visualisasi fungsi gelombang pada  $n=0,1,2,3$  pada sistem osilator harmonik ditunjukkan oleh gambar 1-4. Fungsi gelombang yang berupa polinomial hermitte digambarkan dengan bantuan pemrograman Matlab. Untuk  $n = 0$  dapat kita lihat seperti bentuk lonceng atau yang sering kita sebut sebagai Gaussian. *Output* program ini sudah sesuai dengan perhitungan teoritik.



**Gambar 2. Fungsi Gelombang Osilator Harmonik (n=1)**

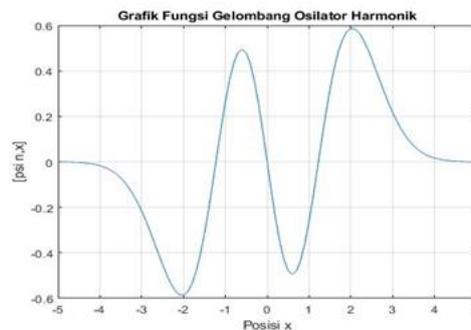
Ketika  $n = 1$  hasil visualisasi dari fungsi gelombang ditunjukkan oleh gambar 2. Berdasarkan gambar 2, sistem dalam keadaan *ground state* yang menjadi representasi fisis dari energi yang ternormalisasi. Pada keadaan ini, nilai  $x$  berpengaruh terhadap keadaan fungsi gelombang. Ketika  $x$  mendekati nilai 1 maka fungsi gelombangnya mencapai nilai maksimum serta mencapai minimum ketika mendekati nilai -1 untuk  $x$ .

Fungsi gelombang osilator harmonik pada gambar 1 pemrograman ini menggunakan polinomial hermitte. Untuk  $n = 1$  dapat kita lihat seperti bentuk lonceng atau yang sering kita sebut sebagai Gaussian. *Output* program ini sudah sesuai dengan perhitungan teoritik.



**Gambar 3. Fungsi Gelombang Osilator Harmonik (n=2)**

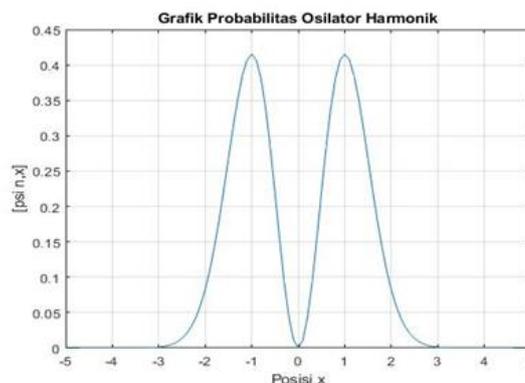
Fungsi Gelombang dengan  $n = 2$  pada gambar 3 menunjukkan keadaan *ground state* ( $n = 2$ ). Berdasarkan gambar tersebut terbentuk dua puncak gelombang yang dapat digunakan untuk representasi energi. Energi dari sistem partikel memiliki bentuk berupa sumur potensial bisa direpresentasikan oleh fungsi gelombang yang ternormalisasi. Sehingga jika nilai  $x$  semakin besar maka semakin mendekati nilai 1 dalam keadaan *ground state*.



**Gambar 4. Fungsi Gelombang Osilator Harmonik (n=3)**

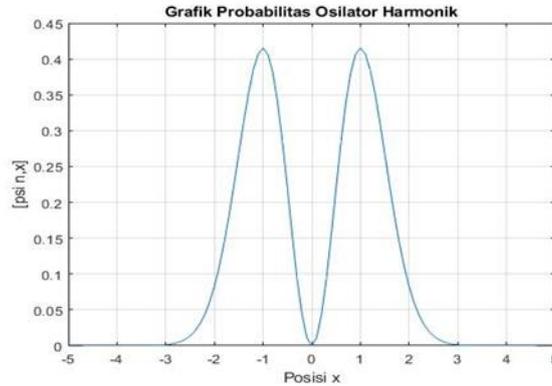
Fungsi Gelombang jika  $n = 3$  seperti tertera di gambar 4 secara fisis fungsi gelombang ini memiliki arti pada keadaan *ground state* ( $n = 3$ ) jadi fungsi gelombang yang sudah ternormalisasi dapat merepresentasikan partikel pada sumur. Sehingga semakin lebih besar nilai  $x$ , fungsi gelombang pada keadaan *ground state* juga semakin mendekati nilai 3.

Dalam suatu daerah tertentu (sumur potensial 1 dimensi), peluang terdapatnya representasi kuadrat fungsi gelombang hal tersebut disebut dengan Probabilitas. Dimana probabilitas memiliki beberapa syarat diantaranya adalah bernilai tunggal dan fungsi gelombangnya ternormalisasi.



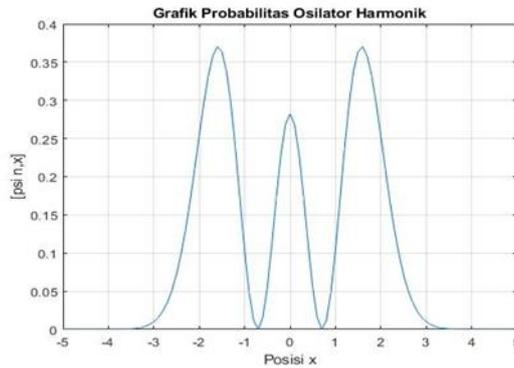
**Gambar 5. Fungsi Probabilitas Osilator Harmonik (n=0)**

Bentuk dari polinom hermitte pada gambar 5 menunjukkan bentuk polinomial hermitte dengan cara probabilitas fungsi gelombang menggunakan  $n = 0$  yang bentuknya lebih lancip dan fungsi gelombang yang dihasilkan mempunyai nilai probabilitas yang lebih kecil.



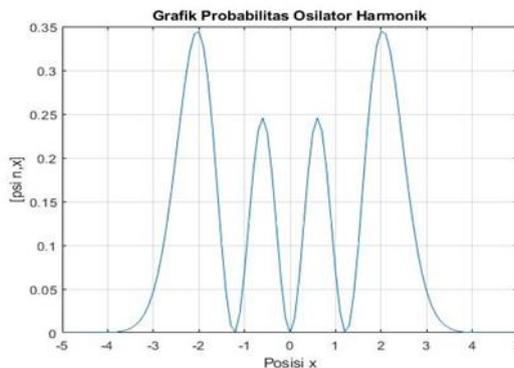
**Gambar 6. Fungsi Probabilitas Osilator Harmonik (n=1)**

Bentuk probabilitas fungsi gelombang dengan  $n=1$  menunjukkan bentuk polinomial hermitte lebih lancip dengan nilai fungsi gelombang lebih besar daripada nilai fungsi probabilitasnya.



**Gambar 7. Fungsi Probabilitas Osilator Harmonik (n=2)**

Probabilitas dengan  $n = 2$  seperti gambar 7 menggambarkan bentuk polinomial hermitte dengan nilai probabilitas yang lebih kecil daripada hasil fungsi gelombang sehingga membentuk bentuk lancip.



**Gambar 8. Fungsi Probabilitas Osilator Harmonik (n=3)**

Probabilitas fungsi gelombang untuk  $n = 3$  pada gambar 8 menunjukkan bentuk polinomial hermitte yang membentuk bentuk yang lebih lancip dengan nilai probabilitas yang lebih kecil daripada hasil dari fungsi gelombang.

#### 4. Simpulan

Kesimpulan Osilasi harmonik secara kuantum dideskripsikan dengan bentuk grafik fungsi gelombang dan fungsi probabilitas dengan menggunakan bahasa pemrograman Matlab. Fungsi gelombang digambarkan dalam bentuk grafik untuk  $n$  dari 0 sampai 3. Grafik dalam rapat probabilitas osilator harmonik disini dengan menggunakan metode polinomial hermitte yang menunjukkan bahwa suatu partikel itu beresilasi harmonik.

#### Ucapan Terima Kasih

Penulis menyampaikan banyak terimakasih atas semua pihak yang membantu dalam pembuatan naskah ini. Lagi terhadap kampus kita tercinta IAIN Tulungagung

#### Daftar Rujukan

- Nurdin, A., & Hastuti, S. (2019). Analisa Gerakan Osilator Harmonik Tereadam Menggunakan Metode Numerik. *Journal of Mechanical Engineering*, 3(2). <https://doi.org/10.31002/jom.v3i2.3366>
- Nurhayati. (2016). Jurnal Edukasi Matematika Dan Sains. *Jurnal Edukasi Matematika Dan Sains*, 3(1), 54–61.
- Nurullaeli, N., & Astuti, I. A. D. (2019). Media Analisis Osilator Harmonik Pada Pegas Berbasis Graphic User Interface (Gui). *Jurnal Pendidikan Fisika*, 7(2), 245. <https://doi.org/10.24127/jpf.v7i2.1806>
- Puig, B., Poirion, F., & Soize, C. (2002). Non-Gaussian simulation using Hermite polynomial expansion: Convergences and algorithms. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 17(3), 253–264. [https://doi.org/10.1016/S0266-8920\(02\)00010-3](https://doi.org/10.1016/S0266-8920(02)00010-3)
- Schiller, C. (2020). *Motion Mountain—The Adventure of Physics—Vol. II - Relativity* (3rd ed.). e Creative Commons Attribution-Noncommercial-No Derivative Works 3.0 Germany.
- Serway, R. A., & Jewett, J. W. (2009). *Fisika Untuk Sains dan Teknik* (Maryati, Ed.; 6th ed.). Salemba Teknika.
- Setianingsih, Y., Akhsan, H., & Andriani, N. (2017). Relasi Rekursi dan Ortogonalitas Polinom Hermite pada Fungsi Gelombang Osilator Harmonik Kuantum dalam Studi Kasus Ketidakpastian Heisenberg. *Prosiding Seminar Nasional Pendidikan IPA*, 163–170.
- Silfiri, S., & Yusuf, M. (2021). Analisis Hubungan Antara Motivasi Belajar Mahasiswa Dengan Pemahaman Konsep Pada Materi Osilator Sederhana Mahasiswa Jurusan Fisika. *Jurnal Riset Pendidikan Fisika*, 6(1), 1–6.
- Sutopo. (2005). Pengantar Fisika Kuantum. In *Jurusan Fisika FMIPA UM*. Jurusan Fisika FMIPA UM.